

FERNANDO DE BARROS CZAPSKI

APLICAÇÕES DO FILTRO DE KALMAN À FORMAÇÃO DE PREÇOS

**Trabalho de formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do diploma de
Engenheiro de Produção**

São Paulo

2013

FERNANDO DE BARROS CZAPSKI

APLICAÇÕES DO FILTRO DE KALMAN À FORMAÇÃO DE PREÇOS

**Trabalho de formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do diploma de
Engenheiro de Produção**

**Orientadora: Prof^a. Dr^a. Celma de Oliveira
Ribeiro**

**São Paulo
2013**

FICHA CATALOGRÁFICA

Czapski, Fernando de Barros

**Aplicações do filtro de Kalman à formação de preços / F.B.
Czapski. -- São Paulo, 2013.**

89 p.

**Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.**

**1. Filtro de Kalman 2. Otimização matemática 3. Preço de
mercadorias 4. Commodities I. Universidade de São Paulo. Escola
Politécnica. Departamento de Engenharia de Produção II. t.**

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha família.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer meus familiares: Claudio, Lizete, Claudia e Vani pelo apoio dado em todos os momentos, muitas vezes deixando em segundo plano problemas próprios para me estender a mão e me ajudar ao longo destes muitos anos.

Agradeço ao Cassius e ao Gabriel, mentores profissionais que tiveram a boa vontade de me acolher e me guiar no mundo das finanças, além de terem me ensinado mais do que eu teria aprendido em livros. A todos os meus colegas de trabalho que me incentivam dia após dia.

Ao Leonel, pelo esforço em me guiar neste Trabalho de Formatura. À minha orientadora, professora Celma, pelo grande rigor e atenção prestados ao presente trabalho sem deixar o bom humor de lado, sempre muito presente e disponível ao longo destes semestres.

A meus amigos da Poli com quem vivi muitos momentos acadêmicos e extracurriculares e dos quais me lembrarei: Fábio, Flávio e Adde.

A todos na França que conheci durante meus estudos – em Vichy - Marie-José, Jean-Rémi, Maxime, Carlos - em Lyon - Adriana, Alexandre, Gabriel, Gunther, Joachim, Julien, Victor, Marcelo, Riguel – ou em Paris - Amine, Matheus, Victor, Doucin.

“- *Quelle est votre ambition dans la vie ?*

- *Devenir immortel et mourir.*”

(*A bout de souffle* – Jean-Luc Godard)

RESUMO

O presente Trabalho de Formatura tem como objetivo estudar e aplicar ferramentas matemáticas típicas do tratamento de sinais a problemas de outros domínios do conhecimento. Em primeiro lugar, analisou-se a evolução do mercado sucroalcooleiro e a determinação do preço do açúcar. Em seguida, prossegue-se a uma análise direcionada ao mercado de ouro, buscando entender as diferenças entre uma *commodity* e outra. Para tanto, inicia-se por uma visão global do mercado de *commodities* e do modelo originalmente proposto por Kalman. Após estabelecidas essas bases, passa-se ao estudo de caso do mercado sucroalcooleiro e, em seguida, do mercado de ouro.

Palavras-chave: Filtro de Kalman. Otimização matemática. Preço de mercadorias. Commodities.

ABSTRACT

This study was developed based on tools and analysis typically employed in signal processing, extending them to other domains. Firstly, the sugar market and price determination..Secondly, the same methodology has been applied to the gold market, in an attempt to highlight the differences between different commodities. To do so, an introductory chapter introduces an overview on the commodity market and analyzes the original model proposed by Kalman. Then, the model is applied in a case study form both to the commodity market and to the gold market.

Keywords: Kalman filter. Mathematical optimization. Goods price. Commodities.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.3.1 - Faturamento líquido dos setores da Goldman Sachs	28
Figura 2.1.1 - Composição das exportações brasileiras – fonte: MDIC.....	35
Figura 2.6.1 - Representação de estados.....	42
Figura 2.7.1 - Evolução do preço de fechamento de ação preferencial da Petrobras entre 08/04/2011 e 05/04/2012 – fonte: Bloomberg.....	44
Figura 2.7.2 - Evolução do preço de fechamento de ação preferencial da Petrobras durante o dia 05/04/2012 – fonte: Bloomberg.....	44
Figura 2.7.3 - Passeio aleatório	45
Figura 2.7.4 - Modelo de níveis locais	46
Figura 2.7.5 - Modelo linear local	47
Figura 2.7.6- Processo fraco de reversão à média	48
Figura 2.7.7 - Processo forte de reversão à média.....	48
Figura 3.1.1 - Produção de cana-de-açúcar no Brasil – fonte: UNICA.....	48

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1.1 - Principais bancos no mercado brasileiro	24
Tabela 3.3.1 – Resultados do modelo A	58
Tabela 3.3.2 – Teste de hipóteses modelo A	59
Tabela 3.3.3 – Resultados do modelo B	58
Tabela 3.3.4 – Teste de hipóteses modelo B	58
Tabela 3.3.5 – Resultados do modelo C	58
Tabela 3.3.6 – Teste de hipóteses modelo C	58
Tabela 3.3.7 – Resultados do modelo D	58
Tabela 3.3.8 – Teste de hipóteses modelo D	58
Tabela 4.2.1 – Resultados do modelo de volatilidade	68
Tabela 4.2.2 – Resultados do modelo de volatilidade e inflação	69
Tabela 4.2.3 – Teste de hipóteses modelo de volatilidade e inflação.....	70
Tabela 7.3.1 – Arbitragens financeiras	5877
Tabela 7.5.1 – Dados de exportação e produção agrícola no Brasil.....	79
Tabela 7.5.2 – Dados do mercado sucroalcooleiro.....	81
Tabela 7.5.3 - Dados do mercado americano para o modelo sucroalcooleiro.....	77
Tabela 7.5.4 – Dados para o modelo do ouro	85

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	22
1.1	Setor financeiro	24
1.2	Crescimento econômico e crises	25
1.3	A empresa	28
1.4	Descrição do estágio e trabalho de formatura	29
1.5	Definição do problema.....	31
1.6	Objetivo do trabalho	31
1.7	Estrutura do trabalho.....	31
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	33
2.1	<i>Commodities</i> e uma visão microeconômica.....	33
2.2	Contratos futuros e mercado a termo	36
2.3	Condições de auto-regulação do mercado e não arbitragem	37
2.4	Teoria da Estocagem e Retorno de Conveniência	39
2.5	Séries Temporais.....	40
2.6	Modelos estruturais.....	41
2.7	Processos estocásticos.....	43
2.8	Filtro de Kalman	48
3	APLICAÇÃO DO FILTRO DE KALMAN AO MERCADO SUCROALCOOLEIRO.....	52
3.1	Contexto econômico do mercado sucroalcooleiro	52
3.2	Prelúdio ao modelo proposto por Pereira.....	54
3.3	Modelo proposto por Pereira	55
3.4	Evoluções sugeridas.....	57
4	ANÁLISE DO MERCADO DE OURO.....	66
4.1	Contexto econômico do mercado de ouro	66

4.2	Modelos Propostos.....	67
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	70
6	LISTA DE REFERÊNCIAS.....	72
7	ANEXOS.....	76
7.1	Verossimilhança e log-verossimilhança	76
7.2	Hipóteses do filtro de Kalman	76
7.3	Classificação de arbitragem financeira	77
7.4	Teste de hipóteses	78
7.5	Dados utilizados para as simulações.....	79

1 INTRODUÇÃO

O presente Trabalho de Formatura é fruto de um anseio de se modelar e quantificar um problema inerente às ciências econômicas: a formação do preço de um ativo – em particular, de *commodities*, ativos fundamentais à economia global.

De fato, o Brasil é tido como (e, em algumas situações, criticado por ser) grande exportador de *commodities*. Conforme reporta o jornal O Estado de São Paulo (2012), a exportação de seis classes de *commodity* (minério de ferro, petróleo bruto, complexo de soja e carne, açúcar e café) representaram quase metade do total das exportações brasileiras no ano passado.

Desta maneira, revela-se de suma importância o entendimento da formação de preços de cada *commodity* como elemento estratégico da política produtiva do Brasil. Em menor escala, cada empresa, seja ela produtora ou compradora de alguma *commodity* em seu ciclo produtivo (e é difícil pensar em uma grande empresa que escape a algum grau de exposição às *commodities*), deve planejar sua compra, venda e manutenção de estoques de *commodities*. Ora, se queremos realizar um planejamento ótimo sob a ótica de custos e retornos, é essencial que possamos modelar duas variáveis centrais no processo produtivo: quantidades e preços.

A primeira destas variáveis – a quantidade – é endógena a cada sistema produtivo – cabe a cada empresa otimizar seu processo produtivo, reduzir perdas e retrabalhos, além de dimensionar e planejar a produção ao longo do tempo em função de disponibilidade de recursos.

A outra variável – o preço – é algo exógeno à empresa no caso de *commodities*. Como exploraremos mais adiante, os preços são fixados de maneira centralizada em mercados internacionais e cada empresa, como ator econômico, é insignificante na formação de preços, devendo acatar o que lhe é oferecido.

Com isso em mente, buscamos explorar modelos matemáticos que permitam representar o comportamento do preço de uma *commodity* ao longo do tempo. Idealmente, espera-se que a metodologia proposta possa ser extrapolada para auxiliar empresas na tomada de decisão quanto a compra e venda de *commodities* e otimização da gestão de estoques e, em maior escala, para gerenciamento das importações e exportações de um país como o Brasil.

1.1 Setor financeiro

A empresa onde o trabalho de formatura foi desenvolvido atua no mercado financeiro mundial com forte presença nos Estados Unidos e Londres. No Brasil, a empresa está em expansão e busca consolidar sua posição de liderança internacional.

No Brasil, com a dinamização do mercado financeiro, há forte concorrência entre bancos de capital originalmente brasileiro (que ainda ocupam as primeiras posições do mercado) e bancos estrangeiros. (VALOR1000, 2011):

Tabela 1.1.1 - Principais bancos no mercado brasileiro

Ranking 2010	Banco	Capital (origem)	Ativo total (em R\$ milhões)
1	Banco do Brasil	Brasil	811172
2	Itaú Unibanco	Brasil	755112
3	Bradesco	Brasil	637484
4	Caixa	Brasil	400614
5	Santander	Espanha	387212
6	HSBC Bank Brasil	Inglaterra	122078
7	Votorantim	Brasil	107818
8	BTG Pactual	Brasil	73682
9	Safra	Brasil	73313
10	Citibank	EUA	54380
67	Goldman Sachs	EUA	1892

Adaptado de Valor1000 (2011)

Quando se fala de bancos no Brasil, é necessário citar igualmente o BNDES (Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social), banco público federal cuja atividade visa ao financiamento de projetos de agricultura, infraestrutura e indústria considerados importantes para o desenvolvimento sustentável do Brasil.

Dentro daquilo que comumente se designa por mercado financeiro, uma variedade enorme de serviços está englobada. De fato, inúmeras operações são conduzidas por entidades financeiras (que não se limitam a bancos, podendo incluir corretoras, *hedge funds* e outros):

- Operações de captação de recurso (poupança, conta corrente, certificados de depósito bancário)
- Operações de crédito
- Custódia de títulos
- Comercialização de moedas, títulos e contratos futuros
- Criação de instrumentos financeiros de financiamento ou de proteção ao risco

Em qualquer empresa, desde microempresas rurais até grandes conglomerados, a atividade de financiamento é essencial. A relação com instituições financeiras se dá não somente no que tange à atividades de financiamento e regulação de fluxo de caixa mas, também, no desenvolvimento de projetos de longo prazo. Empresas exportadoras podem limitar sua exposição à taxa de câmbio através de instrumentos financeiros como contratos futuros sobre o dólar.

Assim, toda a atividade produtiva e econômica de um país está fortemente atrelada ao sistema financeiro. Não mais existe uma barreira entre economia real e economia financeira. Um dos pioneiros a analisar as inter-relações desses dois mundos foi o economista britânico John Maynard Keynes (1936) em sua clássica Teoria Geral publicada durante a Grande Depressão pós Primeira Guerra Mundial.

1.2 Crescimento econômico e crises

Em outubro de 1929, começou aquela que seria conhecida como a maior crise da economia moderna. Em menos de três anos, as perdas acionárias haviam sido enormes e o impacto sobre a economia global, catastrófico.

Não mais se podia, como até então, supor que existisse uma barreira entre economia real e economia financeira. Nesse contexto, muitos economistas e pensadores se interessaram à relação (formal) entre esses dois mundos. Inspirados pela Teoria Geral de Keynes, buscaram explicar o fenômeno de crescimento econômico de longo prazo. A grande pergunta que se tentava responder é se pode haver crescimento contínuo e equilibrado de longo prazo e a que taxa esse crescimento deve se dar. Além disso, a questão subjacente consistia em determinar se crises econômicas eram evitáveis ou inerentes ao capitalismo.

Uma das variáveis macroeconômicas principais para a dinâmica do crescimento é o investimento realizado. Esse investimento agregado de todos os agentes econômicos aumenta

o potencial produtivo da nação. Exemplos de investimento são a compra de máquinas, melhoria de processos produtivos, qualificação da mão de obra etc.

Ao mesmo tempo, pela identidade contábil (*Investments = Savings*), quando se realiza um investimento, está se injetando dinheiro na economia, aumentando dessa forma a demanda agregada da sociedade.

O economista russo e americano Evsey Domar (1947) se baseia nesses princípios para definir um ritmo de crescimento equilibrado. Para o autor, o crescimento econômico só pode ser estável caso se dê ao ritmo de equilíbrio, no qual a capacidade produtiva suplementar criada pelo investimento é precisamente igual à demanda suplementar gerada pelo aumento do poder de compra da sociedade.

Já o economista britânico Sir Roy Forbes Harrod (1939) propõe modelo similar ao de Domar, mas inclui em sua análise a taxa de crescimento demográfica e o coeficiente de capital, chegando à conclusões similares às de Domar. O crescimento seria instável e teria que se dar a um ritmo preciso que respeite não só as condições de acréscimo de capacidade produtiva vs. acréscimo de demanda agregada, mas também de maneira que o crescimento constatado *à posteriori* se dê à mesma taxa antecipada pelos agentes econômicos *à priori*.

Nicholas Kaldor (1956), economista britânico, aprofunda o modelo proposto pelo seu conterrâneo Harrod e se interessa à propensão marginal a economizar, que era suposta constante por Harrod. Kaldor introduz em seu modelo propensões marginais a economizar diferentes para o trabalhador e para o capitalista. Além disso, Kaldor estuda o efeito da taxa de lucro médio dos capitalistas sobre o crescimento econômico. Conclui, assim, que a taxa de lucro age como reguladora da taxa de crescimento econômico. A cada taxa de crescimento desejada, corresponde uma taxa de lucro ideal que permitiria crescimento sustentável. Se a taxa de lucro for muito alta, os salários se comprimem e surgem desequilíbrios que podem levar a crises.

O economista americano e Prêmio Nobel de Economia Robert Merton Solow (1956) desenvolveu os modelos de Domar-Harrod introduzindo variáveis *per capita* e um formalismo matemático muito superior, o que o permitiu estudar não somente o equilíbrio a longo prazo, mas também a dinâmica de transição de curto prazo.

Os modelos apresentados têm como denominador comum a proposição de uma taxa de crescimento equilibrado. A cada realidade econômica (representada por uma série de variáveis exógenas aos modelos), corresponde uma taxa adequada de crescimento.

Caso o crescimento econômico constatado na realidade (que resulta de complexa interação entre todos os agentes econômicos) seja inferior à taxa ideal, criar-se-ia uma

situação de inflação, em que a demanda suplementar criada é maior do que o aumento da capacidade produtiva. No outro extremo, se o crescimento econômico ultrapassar a taxa ideal, haveria excesso de produção em relação à demanda agregada, gerando uma crise deflacionista e desemprego.

Em suma, muitos pensadores econômicos afirmam a instabilidade do capitalismo e pressupõe que crises são inevitáveis enquanto esse modo de organização social persistir. Desde 1929, as principais crises econômicas globais foram:

- Crise do petróleo com a guerra do Yom Kippur em 1973
- Segunda crise do petróleo com a Revolução Iraniana em 1979
- Moratória mexicana em 1982
- Crise da bolsa de Nova York em 1987
- Crise dos tigres asiáticos em 1997 e da Rússia em 1998
- Eclosão da bolha internet entre 2000 e 2003
- Crise imobiliária de 2007 e 2008
- Crise europeia de 2011 (Grécia)

Nota-se o aumento da frequência das grandes crises ao longo dos últimos 20 anos. De fato, a complexidade do capitalismo financeiro aumentou exponencialmente, com a crescente dinamização de mercados e a difusão de produtos financeiros através dos mercados internacionais.

Num esforço de evitar o surgimento de novas crises financeiras, uma série de organismos são encarregados de regular os mercados financeiros em escala nacional e internacional.

No Brasil, as instituições financeiras se submetem não somente às regulamentações do Banco Central, mas também às disposições da CVM (Comissão de Valores Mobiliários).

Tais ordenamentos jurídicos têm como objetivo criar padrões de práticas de mercado e homogeneizar os produtos financeiros regularmente comercializados, protegendo, assim, não somente pessoas físicas e jurídicas, mas o funcionamento do sistema econômico e financeiro como um todo.

1.3 A empresa

A empresa onde o estágio foi desenvolvido é a Goldman Sachs do Brasil Banco Múltiplo S.A. Filial brasileira do grupo americano, a empresa conta com cerca de 300 funcionários concentrados num escritório no Itaim Bibi em São Paulo.

O grupo Goldman Sachs (GS) é uma sociedade anônima americana criada em 1869 como banco de investimentos. Hoje em dia, emprega cerca de 35000 funcionários ao redor do mundo e possui ativo total próximo a 1 trilhão de dólares. A empresa tem sede no Financial District de Manhattan em Nova York e é cotada em bolsa.

Dado o seu impacto e presença no mercado mundial, é considerado um dos principais bancos de investimento no mundo. O grupo se divide em 4 setores:

- *Investment banking* – serviços prestados incluem fusões e aquisições (M&A), análise de risco, reestruturações, subscrição de dívidas e derivativos
- *Investment & lending* – investimentos e financiamentos de longo-prazo diretos e através de fundos controlados pela GS
- *Institutional client services* – facilitação e comercialização de produtos de renda fixa, ações e outros produtos financeiros
- *Investment management* – gestão de carteiras de investimento diversificadas e oferecimento de ferramentas de *brokerage* para clientes tais como fundos mútuos

O faturamento líquido total do grupo em 2012 ultrapassou os 34 bilhões de dólares americanos (com um lucro líquido de 7,5 bilhões de dólares). Em 2010, o faturamento líquido da empresa se aproximou de 40 bilhões de dólares americanos. Esse faturamento é dividido por setor na Figura 1.3.1:

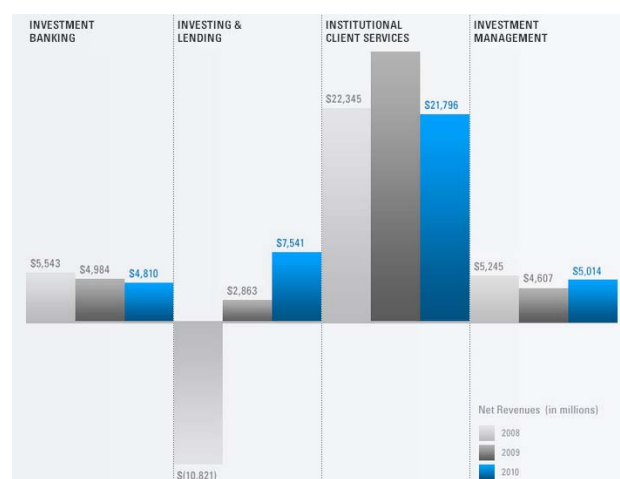


Figura 1.3.1 - Faturamento líquido dos setores da Goldman Sachs – fonte:www.gs.com

O banco ainda está em expansão no Brasil, com presença no mercado há menos de 20 anos. Toda a estrutura brasileira reporta à matriz americana.

1.4 Descrição do estágio e trabalho de formatura

O estágio foi desenvolvido dentro da área de banco de investimentos do Goldman Sachs. No Brasil, o banco atua em proximidade a grandes empresas e grupos industriais em diversas áreas relacionadas a financiamento, reestruturação e planejamento financeiro.

Desta maneira, o banco de investimento presta assessoria em processos de reestruturação financeira, envolvendo fusões ou aquisições de empresas, auxilia na captação de recursos através do mercado de capitais (estruturando a emissão de dívida local ou internacional, emissão de ações ou de outros títulos híbridos), oferece estratégias de proteção contra riscos de mercado aos quais empresas estão expostas.

Em particular, o escopo deste estágio se relaciona ao último tópico abordado – o desenvolvimento de estratégias de proteção para grandes empresas. Ora, empresas produtoras precisam, de maneira geral, comprar no mercado insumos e matérias-prima que serão utilizados ao longo de sua cadeia produtiva.

Um exemplo que poderíamos pensar é uma empresa que produz e vende gasolina. Para satisfazer as exigências regulatórias do mercado brasileiro, a empresa é obrigada a acrescentar uma porcentagem de etanol à gasolina. Supondo que esta empresa compre etanol de um terceiro (ao invés de produzir ela própria), é claro que variações no preço do etanol poderão impactar a rentabilidade da empresa.

Este exemplo ilustrativo se repete em inúmeros outros contextos e para uma grande variedade de empresas. Os riscos econômicos, ilustrados no exemplo supra pelo risco do preço do etanol (uma *commodity*) não se limitam a riscos ligados a matérias-primas. Poderíamos citar, igualmente, risco cambial (uma empresa que importe parte de seus insumos, ou que exporte seus produtos acabados), risco de inflação (empresas de incorporação ou construção civil, cujos contratos costumam ter cláusulas de correção monetária ligadas à inflação), risco de taxa de juros (empresas que, ao se financiar, optam por pagar taxas pré-fixadas ou taxas flutuantes, estando expostas à oscilação diária dos juros), risco de ações (empresas que detêm participação acionária em outra empresa e podem, a qualquer momento, vender tal participação).

Como tomar riscos econômicos não é, necessariamente, a atividade econômica de uma empresa produtora, em muitos casos busca-se proteção contra estes riscos. Bancos de

investimento como o Goldman Sachs oferecem este tipo de serviço e, para tanto, cobram um percentual do valor negociado.

Os contratos que regulamentam este tipo de proteção são denominados derivativos, instrumentos financeiros negociados entre duas contrapartes (neste caso, o banco de investimentos e uma empresa produtora buscando proteção), com cláusulas de pagamento ligadas a determinado parâmetro de mercado. Assim, é possível negociar contratos com pagamento atrelado ao preço de uma *commodity*, à taxa de juros constatada ao longo de um período, taxa de câmbio, etc.

O banco de investimentos, ao oferecer este tipo de proteção a um cliente, pode ter duas diferentes abordagens: ou o próprio banco tem uma opinião que o leva a buscar aquele tipo de exposição econômica (por exemplo, o banco de investimentos pode acreditar numa queda do etanol e, portanto, aceita fixar hoje um preço de venda futura, esperando poder comprar por um preço menor no futuro e auferir ganhos) ou, mais comumente, o banco se protege através de estratégias de *hedge*, que envolvem (i) distribuir o risco a investidores que estejam buscando aquele tipo de exposição financeira; (ii) realizar operações de compra/venda do ativo ao qual o contrato derivativo está atrelado (ativo subjacente) – no caso de um contrato em que o banco oferece proteção ao preço do etanol, o banco pode comprar ou vender etanol para compensar sua exposição ou (iii) realizar operações de compra/venda de ativos fortemente correlacionados com o ativo subjacente do contrato negociado (*proxy hedge*) – no caso de indisponibilidade de operar diretamente sobre o ativo subjacente (normalmente por falta de liquidez), o banco pode decidir por um ativo ou uma cesta de ativos cujo preço varie de maneira bastante similar ao ativo subjacente (no mercado acionário, por exemplo, poderia substituir uma ação de determinada companhia por uma cesta de ações de outras companhias do mesmo setor).

Tendo em vista este contexto, as atividades realizadas ao longo do estágio englobaram:

- prospecção de clientes
- modelagem e criação de produtos financeiros
- precificação de operações

A complexidade do funcionamento do mercado financeiro fica clara quando do manuseio de produtos financeiros ainda que corriqueiros. A modelagem matemática de produtos tais como opções sobre ações revela alto teor de complexidade em função dos parâmetros adotados.

Dentro deste contexto, ferramentas de precificação são desenvolvidas pelo banco. A complexidade matemática dos algoritmos utilizados é elevada. O objetivo do presente Trabalho de Formatura é estudar ferramentas conhecidas do engenheiro, como o filtro de Kalman tão aplicado em sistemas de automação e controle e estendê-las a situações inovadoras de precificação complexa.

1.5 Definição do problema

No âmbito altamente competitivo dos mercados financeiros, uma questão central é a precificação de produtos financeiros. Bancos e instituições financeiras oferecem produtos cada vez mais exóticos (é possível comprar posições referentes à meteorologia em determinados mercados). As margens cobradas são mínimas para evitar perder um cliente face a um concorrente capaz de oferecer o mesmo produto a menor custo.

Para poder oferecer produtos financeiros a um custo baixo, clara é a necessidade de se possuir modelos matemáticos bastante sólidos. Quando se quer analisar o valor presente de um derivativo, é necessário modelar a evolução do preço do ativo subjacente. Desta maneira, se quisermos avaliar o custo de uma proteção para o mercado de *commodities*, é claro que precisaremos ter um modelo para a evolução do preço à vista de tal *commodity*.

Ora, a evolução de preços no tempo nada mais é do que uma série temporal. Daí a ideia de explorar técnicas originárias de Tratamento dos Sinais e de Automação e Controle para aplicá-las ao caso particular do mercado financeiro.

1.6 Objetivo do trabalho

O presente trabalho busca avaliar modelos já existentes de precificação de *commodities* e explorar pistas através da consideração de novas variáveis exógenas e de modificações na estrutura do modelo.

Posteriormente, objetiva-se aplicar variantes do modelo para outros mercados de *commodity*, inclusive em outras regiões geográficas, para testar a generalidade do que é proposto.

1.7 Estrutura do trabalho

A estrutura do trabalho é dividida em cinco capítulos.

O primeiro capítulo é constituído por uma visão geral daquilo que se denomina vulgarmente “mercado financeiro”. Apresenta-se brevemente as principais linhas da macroeconomia dinâmica em relação com os mercados financeiros. A escolha desse prelúdio bibliográfico tem como justificativa contextualizar para o leitor a importância das normas jurídicas e instituições reguladoras no âmbito financeiro. Desde a crise dos subprimes em 2008, muito se fala a respeito da regulamentação financeira. Não poderia abordar o tema sem começar por uma visão do crescimento econômico dentro do modelo capitalista.

Na segunda parte do trabalho, apresenta-se a revisão bibliográfica propriamente dita, desenvolvendo conceitos básicos de finanças, esmiuçando o funcionamento dos diferentes mercados. Após fixados estes alicerces, passa-se ao estudo de modelos estruturais e, em particular, do filtro de Kalman.

Na terceira parte do trabalho, a metodologia do filtro de Kalman é adaptada à precificação de *commodities*, a começar pelo mercado sucroalcooleiro no Brasil. Analisa-se quais variáveis são relevantes na modelagem e a coerência dos resultados obtidos.

Na quarta etapa, o modelo de Kalman é aplicado a uma *commodity* cujo comportamento cujas características econômicas divergem bastante das do açúcar e do etanol: o ouro, que, além de não ser uma *commodity* produtiva (no sentido de bem consumível), é reserva de valor e lastro de operações.

Na quinta parte, constam as considerações finais do trabalho, principais conclusões a respeito da ferramenta estudada, assim como pistas para eventuais trabalhos futuros na área.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Durante a revisão bibliográfica, serão apresentados inicialmente conceitos fundamentais de finanças e, em seguida, o formalismo dos modelos estruturais cujo domínio de aplicações é vasto. Por último, dentro dos modelos estruturais, abordar-se-á o modelo de filtração de Kalman, ferramenta que será adaptada ao mercado sucroalcooleiro brasileiro no capítulo 3 e ao mercado americano de ouro no capítulo 4.

2.1 *Commodities* e uma visão microeconômica

Karl Marx (1867) introduz seu tratado sobre o capital definindo o que é uma *commodity*. Para o autor, *commodity* seria qualquer bem produzido por trabalho humano e disponível para comércio no mercado. Assim, toda *commodity* teria um valor intrínseco referente ao trabalho necessário para sua obtenção. Esse valor não é o mesmo que o valor de uso da mercadoria, que só poderia ser constatado *à posteriori* por cada indivíduo. Além disso, há o valor de troca de cada *commodity*, que depende das condições de mercado e representa a possibilidade de trocar certa quantia de uma *commodity* por determinada quantia de outra *commodity* em algum mercado de trocas.

A partir do final do século XIX, o economista e matemático francês Léon Walras (1874), fundador da corrente de pensamento da École de Lausanne, se interessou pelo estudo do equilíbrio em um mercado em concorrência pura e perfeita. Uma das condições para o estudo de tal mercado é que os produtos comercializados fossem similares em termos qualitativos para que um consumidor pudesse arbitrar entre diferentes produtores e para que os mecanismos de ajustes de preço operassem normalmente – esse mecanismo em sua versão original é denominado “*tâtonnement Walrassien*”, o que equivaleria a algo como “ato de tatear Walrassiano” em uma tradução livre.

O termo *commodity* sofreu, então, uma adaptação em seu uso ao longo do século XX. O prêmio Nobel de Economia Paul Anthony Samuelson (1948) aborda mercados de *commodities* padronizadas conforme a teoria marginalista desenvolvida por Walras. Em tal mercado, não há distinção perceptível de qualidade entre dois produtos oferecidos por produtores diferentes. Samuelson se vale do exemplo do algodão comercializado em Nova York ou em Liverpool. A microeconomia desenvolvida no século XX tem como uma de suas hipóteses fundamentais a padronização das mercadorias – que passam a ser denominadas *commodities*.

De fato, para se estudar oferta e demanda agregadas dentro de um mercado qualquer, subentende-se a necessidade de “agregar” demandas e ofertas. Para tal, claro é que as demandas e ofertas devam ser “agregáveis”. Ou seja, o produto ou serviço subjacente tem que ser comparável, padronizado.

Em termos financeiros, denomina-se “*commodity*” uma mercadoria básica ou matéria-prima que seja comercializada em termos padronizados (padrões pré-definidos de pureza, qualidade). São exemplos de *commodities*:

- *Energia*
 - o *Petróleo (mais de uma classificação)*
 - o *Etanol*
 - o *Gás natural*
- *Gado*
 - o *Bovino*
 - o *Suíno*
- *Gêneros alimentícios*
 - o *Açúcar (mais de uma classificação)*
 - o *Café*
 - o *Leite*
 - o *Óleo de soja*
 - o *Suco de laranja*
- *Grãos*
 - o *Aveia*
 - o *Milho*
 - o *Trigo*
- *Metais industriais*
 - o *Alumínio*
 - o *Cobre*
 - o *Zinco*
- *Metais preciosos*
 - o *Ouro*
 - o *Platina*
 - o *Prata*

O mercado de produtos básicos, que inclui *commodities*, é extremamente dinâmico através do mundo e é de vital importância para a balança comercial brasileira (MINISTÉRIO DO DESENVOLVIMENTO, INDÚSTRIA E COMÉRCIO EXTERIOR, 2012):



Figura 2.1.1 - Composição das exportações brasileiras – fonte: MDIC

Ao longo da história econômica contemporânea, instituições financeiras se organizaram em diversos países para centralizar a comercialização de *commodities*, frequentemente sob a forma de contratos futuros.

A dispersão geográfica de diferentes micromercados dificultava a negociação por problemas de liquidez e de heterogeneidade de preços (necessidade de se procurar o melhor preço em diferentes mercados). Daí a importância do surgimento de Bolsas de Valores, instituições criadas com o objetivo de concentrar a comercialização de diversos tipos de ativos: ações, moedas, *commodities* entre outros. Com o passar do tempo, as principais Bolsas de Valores do mundo adquiriram importância tão grande que, muitas delas, se tornaram grandes empresas de capital aberto.

Nos Estados Unidos, é necessário mencionar a importância do Chicago Mercantile Exchange Group, grupo resultante da fusão em 2007 do Chicago Mercantile Exchange (CME), com o Chicago Board of Trade (CBOT), instituição que comercializava contratos ligados a *commodities*.

Na Europa, O London Metal Exchange apresenta grande importância histórica e é um ator principal no mercado de metais mundial, com volume diário de negócios da ordem de 600 mil contratos, o que representa anualmente cerca de USD 15,4 trilhões em 2011. (LONDON METAL EXCHANGE, 2012).

Já no Brasil, o organismo responsável por centralizar as transações de *commodities* era a Bolsa de Mercadorias e Futuros que, em 2008, se fundiu com a Bolsa de Valores de São Paulo gerando o grupo BM&FBOVESPA com volume de negociações diários de 13,2 mil contratos de *commodities* em 2011. (BMF&BOVESPA, 2012).

2.2 Contratos futuros e mercado a termo

Não se pode falar de comercialização de *commodities* hoje em dia sem se definir a importância de contratos futuros e mercado a termo.

Contratos futuros (referidos simplesmente por “futuros”) são instrumentos financeiros padronizados que determinam as condições de uma transação futura entre duas contrapartes de mercado. A negociação é intermediada por uma instituição financeira de futuros (no caso do Brasil, a antiga BMF, atual BM&FBOVESPA).

De acordo com Hull (1988), os principais elementos de um contrato futuro são:

- Ativo subjacente – ativo do qual trata o contrato, pode ser um ativo puramente financeiro (ação de determinada companhia, por exemplo) ou ativo físico (alguma *commodity*)
- Quantidade negociada – lote a ser negociado na data de vencimento do contrato futuro (ex: lote de ações, determinada massa de *commodity*)
- Preço de negociação – Valor de negociação em determinada moeda
- Data de vencimento – Data em que a transação efetivamente ocorrerá
- Especificações de qualidade – Exigências do sistema de padronização de *commodities* (ex: pureza do ouro, teor de enxofre presente no petróleo)
- Modalidades de entrega física – onde e em que condições realizar a transferência física de propriedade da *commodity* caso o ativo subjacente não seja puramente financeiro

Segundo Geman (2005), contratos futuros são instrumentos financeiros desde sua origem destinados à limitação de risco – o que comumente se denomina em Finanças “*hedging*”. Para ilustrar essa limitação de risco, a autora propõe o caso de um fazendeiro

(suponhamos um produtor sucroalcooleiro) que deseja investir em máquinas. Durante o período de plantio, ao comprar um contrato futuro de etanol, o produtor fixa, na data inicial, o preço pelo qual sua produção será vendida após o ciclo produtivo (suponhamos produção exclusiva de etanol). Não mais está, então, exposto a flutuações no preço do etanol. Dessa forma, pode investir em máquinas e planejar de maneira determinística seu fluxo de caixa.

Do outro lado da moeda, há algum ator financeiro comprando o contrato futuro de etanol. Uma petroquímica, para preparar a gasolina comercializada no Brasil, necessita de etanol em grandes volumes. Não é interessante para a empresa estar exposta a flutuações no preço de sua matéria-prima, flutuações que poderiam tornar economicamente inviáveis seus custos produtivos. Ao comprar na data 0 um contrato de etanol para a data T, a empresa fixa *à priori* o preço que deverá pagar, estando protegida contra infortúnios do mercado.

Um contrato a termo tem características similares ao contrato futuro, mas não é padronizado e não possui intermediador. Assim, é um contrato de parte a parte feito fora do mercado e pode, portanto, ter qualquer prazo, condição ou volume de negociação. Todavia, do ponto de vista econômico para as duas contrapartes, o efeito é similar ao de um contrato futuro.

2.3 Condições de auto-regulação do mercado e não arbitragem

Uma hipótese fundamental da teoria financeira moderna e recorrente nos modelos de precificação desenvolvidos ao longo do século XX é a ausência de oportunidades de arbitragem financeira. O conceito de arbitragem, de acordo com Hull (1988), bastante genérico, se refere a qualquer operação financeira **sem investimento inicial e sem risco** que traga **retorno positivo**.

A hipótese de ausência de arbitragem sugere que, caso uma oportunidade de retorno positivo sem investimento inicial surja em algum mercado dinâmico, muitos agentes vão procurar se beneficiar em pouco tempo desta oportunidade, deslocando o preço dos ativos (oferta e procura) envolvidos e fazendo com que a distorção temporária de preços desapareça. A vasta presença de atores nos mercados financeiros, especialmente *market-makers* com poder financeiro elevado faz com que estas distorções sejam corrigidas em frações de segundos.

Esta hipótese de não-arbitragem, constantemente revisitada na literatura especializada, servirá de base para os modelos de um, dois e três fatores conforme desenvolvido no tópico 3.1. Por conta da importância crucial desta premissa, iremos abordá-la em maior detalhe.

Um exemplo clássico de arbitragem é o da arbitragem de compra e venda do mesmo ativo: *market-makers* fornecem liquidez ao mercado, cotando a todo instante um preço de venda e um preço de compra para ativos financeiros. Passarelli (2008) emprega o jargão financeiro *bid-ask* para se referir ao preço de compra e de venda de determinado ativo financeiro em determinado momento. Por exemplo, a cotação de fechamento do dólar em 16/04/2012 foi de R\$1,8367 para a compra e R\$1,8373 para a venda (compra e venda adotados do referencial do *market-maker*). Assim, dizemos que a diferença de cotação de compra e venda (no caso, R\$0,0006 por dólar) é o *bid-ask spread* que é o valor cobrado pela liquidez.

Algum agente financeiro que tenha pressa para transacionar sua posição (comprar ou vender dólar) estará abrindo mão do *bid-ask spread* em favor de liquidez. Este *spread* que é pequeno no caso de mercados líquidos como o mercado cambial de Dólar contra Reais pode ser bastante maior para mercados pouco líquidos como o mercado secundário de certas debêntures.

Neste caso, um *market-maker* compra dólares em uma ponta e os revende em outra, arrecadando o *bid-ask spread* em uma operação cujo risco é nulo. Este tipo de operação seria uma espécie primitiva de arbitragem financeira.

De acordo com Geman (2005), a abundância de atores financeiros no mercado age no sentido de corrigir rapidamente eventuais possibilidades de arbitragem. Um exemplo clássico é a arbitragem entre contratos futuros e o preço spot de um ativo. No caso do petróleo, um investidor pode comprar barris de petróleo cru e recebê-los no ato ou então comprar um contrato futuro que assegure o recebimento de petróleo no vencimento do contrato. É natural se pensar que se o contrato futuro do petróleo for muito caro em relação ao preço spot, um investidor arbitrador poderia comprar petróleo spot e, ao mesmo tempo, vender um contrato futuro para arrecadar essa diferença entre spot e futuro. Essas considerações devem ser ponderadas pelo custo de armazenamento da mercadoria e pela taxa de juros, mas dão uma ideia preliminar de que vem a ser uma possibilidade de arbitragem.

Ainda neste exemplo do petróleo, se a arbitragem possível entre spot e futuro fosse muito atraente, diversos investidores se aproveitariam desta anormalidade do mercado. Assim, globalmente constatar-se-ia um excesso na demanda de petróleo spot e um excesso na oferta de petróleo futuro. Pelos princípios básicos de microeconomia, *ceteris paribus*, o preço spot aumentaria e o preço futuro diminuiria, diminuindo também a atratividade da possibilidade de arbitragem

Este discurso, embora de cunho liberalista, demonstra as formas de auto-regulação do mercado. É claro que estas conclusões se baseiam em hipóteses não trivialmente verificadas. Nem todos os atores financeiros possuem a mesma maleabilidade financeira que os *market-makers* (grandes bancos e conglomerados industriais) nem é a informação disponível ao mercado simétrica. Além disso, com a era digital, oportunidades de arbitragem duram, geralmente, frações de segundo e são absorvidas por *market-makers* que utilizam softwares reagindo quase instantaneamente a flutuações de preço de mercado.

Fisher (1930) estudou condições de não arbitragem no mercado de juros internacional para chegar a relações fundamentais entre taxa de juros e taxa de câmbio. O autor americano parte do princípio que, se a taxa de juros em um país é muito alta, um investidor arbitrador poderia tomar dinheiro emprestado no exterior, trazê-lo para o país onde a taxa de juro é alta e se proteger das flutuações cambiais através de contratos futuros sobre o câmbio.

Na prática, o *spread* de crédito, as limitações fiscais e legais impedem fluxo perfeito de capitais. Assim, a relação internacional de Fisher não é, necessariamente, verificada na prática. Todavia, o raciocínio por detrás é válido e os resultados obtidos são indicativos da realidade.

Doravante, no presente Trabalho, suporemos que as arbitragens de mercado são rapidamente corrigidas pela dinâmica das transações e que nenhum agente consegue, individualmente, manipular mercados. O escopo de validade dessa premissa engendraria discussão complexa que foge à área de interesse deste Trabalho de Formatura.

2.4 Teoria da Estocagem e Retorno de Conveniência

Gorton e Rouwenhorst (2005) expõem algumas particularidades de um contrato futuro sobre uma *commodity*. Algumas *commodities* são facilmente armazenáveis ao passo que outras, não. Além disso, deter fisicamente o ativo subjacente pode, neste caso, oferecer vantagem econômica. Uma empresa que detenha barris de petróleo pode decidir aumentar sua produção de maneira quase imediata. Se a empresa detém somente contratos futuros sobre barris de petróleo, a empresa não possui essa escolha. Esta opção de utilizar o ativo subjacente tem um valor econômico e é chamada “opção real”, por oposição a opções financeiras.

A formação de preço de um contrato futuro é, então, influenciada não somente pelo valor à vista esperado para a *commodity* subjacente ao vencimento do contrato, mas também pelos custos e benefícios associado a se estocar tal *commodity*.

Na ausência de custos e benefícios de estocagem, pelo argumento de não arbitragem no mercado, seria natural se esperar que o preço do contrato futuro de uma determinada *commodity* fosse igual ao preço *spot* atualizado pela taxa livre de risco:

$$F_T = S_t \cdot (1 + r)^{\frac{T-t}{365}} \quad (2.4.1)$$

Onde F_T representa o preço do contrato futuro de vencimento T , S_t representa o preço à vista da *commodity* subjacente, r representa a taxa de juros anual livre de risco e $T - t$ representa o número de dias corridos até o vencimento do contrato (supondo valoração em dias corridos em ano não bissexto).

Adicionando-se o efeito dos custos e benefícios de estocagem, fala-se em retorno de conveniência (*convenience yield*) da *commodity* estudada. Este retorno de conveniência em termos de valoração se assemelha ao pagamento de dividendos e juros sobre capital próprio no caso do mercado de ações. A equação de não arbitragem é modificada e se transforma em:

$$F_T = S_t \cdot (1 + r - \delta)^{\frac{T-t}{365}} \quad (2.4.2)$$

Em que δ representa o retorno de convênência anualizado. O efeito do retorno de conveniência, assim como o pagamento de dividendos de uma ação, é de “corroer” o valor futuro. Este resultado era esperado: quanto mais benéfico for deter fisicamente o ativo (maior retorno de conveniência), menor será o valor do contrato futuro em relação ao mercado à vista. No caso em que o retorno de conveniência supera o efeito da taxa de juros, o contrato futuro pode ser mais barato do que o mercado à vista – situação denominada *backwardation* (a situação padrão em que o mercado a termo é mais caro que o mercado à vista é denominada *contango*).

2.5 Séries Temporais

De acordo com Morettin e Toloi (2006), séries temporais são conjuntos de observações ordenadas no tempo, podendo estas observações ser discretas, como por exemplo uma série de valores da temperatura máxima diária registrada na cidade de São Paulo ou, ainda, contínuas, como é o caso de uma série que registre o nível instantâneo de um

reservatório de água ao longo do tempo. Os autores enfatizam que, frequentemente, séries temporais discretas são obtidas por amostragem de uma série temporal contínua.

O estudo de séries temporais segue dois enfoques: a análise de séries no domínio temporal, isto é, modelos paramétricos e a análise de séries no domínio frequência, através da análise espectral com vasta aplicação em sistemas de controle e automação. O presente Trabalho se concentra na análise de séries no domínio temporal, em que buscaremos modelar a evolução diária do preço à vista de *commodities*. Esta evolução diária é, em particular, uma série temporal discreta, em que se coleta um valor de preço a cada dia de negociação (por convenção, adotamos o preço de fechamento).

2.6 Modelos estruturais

Morettin e Toloi (2006) propõem um estudo de modelos estatísticos denominados estruturais, também conhecidos como modelos de espaço de estados. A proposta deste tipo de modelo é relacionar variáveis observáveis com variáveis de estado, não necessariamente observáveis. Busca-se relacioná-las através de uma forma linear acrescida de um ruído.

Sob forma matricial, em modelo genérico sem a presença de variáveis exógenas, definimos a equação de sinal:

$$Z_t = A_t X_t + v_t \quad (2.6.1)$$

E a equação de transição de estado para o modelo simplificado:

$$X_t = G_t X_{t-1} + R_t w_t \quad (2.6.2)$$

Com:

Z_t vetor de observações, $Z_t \in \mathbb{R}^q$

X_t processo de Markov, $X_t \in \mathbb{R}^p$

A_t matriz do sistema $p \times q$

G_t matriz de transição $p \times p$

R_t matriz de transição $p \times p$

v_t vetor de ruído de observação q -dimensional, não correlacionado, de média 0 e de matriz de covariância Γ_v

w_t vetor de ruído de transição p -dimensional, não correlacionado, de média 0 e de matriz de covariância Γ_w

Desta maneira, temos um sistema em que a saída Z_t é observável, ao passo que as entradas X_t podem ser observáveis ou não. Um modelo que busca estimar a evolução do preço de ações poderá se basear em entradas observáveis, como a taxa de juros do país, a taxa de câmbio etc. ou, ainda, em variáveis não observáveis, como a qualidade da administração da empresa, a percepção de valor por parte dos consumidores, etc.

Para prosseguir com a análise do modelo estrutural, supõe-se conhecer a média e matriz de covariâncias do estado inicial X_0 . Além disso, supõe-se não haver correlação entre os ruídos, nem entre ruídos e estado inicial X_0 .

Comumente, adota-se modelos de ruído gaussiano. Neste caso, como o ruído é de média 0 por hipótese, se determinarmos a matriz de covariância deste ruído, sua distribuição será integralmente conhecida. Tal hipótese se baseia numa generalização do Teorema do Limite Central – sendo o ruído uma composição de múltiplas variáveis aleatórias independentes, a resultante destas interferências, respeitadas certas condições, converge em lei para uma distribuição normal. A demonstração desta convergência se baseia nas condições de Lindeberg e Lyapounov, mas foge ao escopo deste trabalho.

O modelo simplificado parte de premissas não estocásticas e de invariância temporal, supondo:

$$\begin{cases} A_t = A_0 \text{ determinística } \forall t \geq 1 & (2.6.3) \\ G_t = G_0 \text{ determinística } \forall t \geq 1 & (2.6.4) \\ R_t = I_p \quad \forall t \geq 1 & (2.6.5) \end{cases}$$

onde I_p é a matriz identidade de ordem p . Este sistema simplificado pode ser representado esquematicamente através do diagrama a seguir:

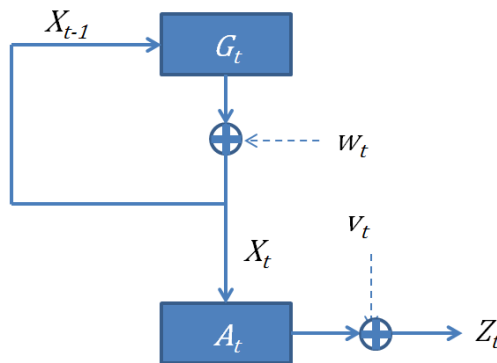


Figura 2.6.1 - Representação de estados

Ao se medir (observar), a série temporal Z_t , não se está medindo diretamente a série X_t , mas sim uma transformação linear desta, acrescida de ruídos.

O interesse de modelos estruturais é a possibilidade de estimar não somente a variável não observável X_t , mas também todos os outros parâmetros do modelo: as matrizes do sistema, de transição de estado, assim como Γ_v e Γ_w .

O processo de identificação de coeficientes do modelo estrutural consiste em um problema de otimização da verossimilhança (ou da log-verossimilhança, uma vez que a função logaritmo é de classe $\mathbb{C}^2(\mathbb{R}^+)$ e estritamente crescente em todo seu domínio). Este problema de otimização pode não ser trivial devido à presença de mínimos locais sub ótimos. A verossimilhança e a log-verossimilhança são definidas em detalhe no tópico 7.1 deste Trabalho.

2.7 Processos estocásticos

De acordo com Girardin e Limnios (2008), um processo estocástico é uma família de variáveis aleatórias atreladas a um conjunto T que pode ser discreto ou contínuo (por exemplo subconjunto de $\mathbb{R}^n$ para o caso contínuo ou subconjunto de $\mathbb{N}$ para o caso discreto). À medida que se caminha ao longo do conjunto T , a variável aleatória X_t adquire novos valores. Um processo estocástico é representado por $\{X_t\}_{t \in T}$.

Um processo estocástico nada mais é do que uma generalização da noção de variável aleatória. Ora, em problemas complexos, não se consegue captar no modelo todas as variáveis que influenciam o resultado final. Assim, parte do fenômeno de interesse foge ao escopo do modelo e introduz flutuações “aleatórias”. Daí o interesse de agrupar essas flutuações em componentes aleatórias, cuja complexidade possa ser abreviada a um processo estocástico.

Modelos estocásticos apresentam grande interesse no domínio das finanças justamente por conta da possibilidade de se analisar flutuações aleatórias, que nada mais são do que a combinação de um número enorme de variáveis interagindo. De fato, na ausência de modelos determinísticos em finanças (como se pode obter em outros domínios como parte da física), é necessário recorrer a modelos estocásticos – modelos em que não se consegue definir todas as variáveis que podem interferir no resultado observado.

Um exemplo deste caráter aleatório é a evolução do preço de uma ação cotada em Bolsa de Valores. Ora, o preço da ação depende não somente de expectativas quanto ao desempenho da empresa (expectativas estas que não são trivialmente mensuráveis), mas,

também, de expectativas quanto à inflação, quanto à taxa de juros, a taxa de câmbio, ao desenvolvimento demográfico do mercado-alvo, a obsolescência tecnológica, entre inúmeros outros fatores. Essa complexidade singular faz com que o preço de ações oscile de maneira tão significativa que os modelos matemáticos usados costumam se basear em fenômenos aleatórios. A Figura 2.7.1 representa a evolução do preço de fechamento de uma ação listada na Bolsa de Valores de São Paulo:



Figura 2.7.1 - Evolução do preço de fechamento de ação preferencial da Petrobras entre 08/04/2011 e 05/04/2012 – fonte: Bloomberg

Esse caráter errático pronunciado também pode ser constatado ao longo do dia, nos gráficos *intraday* de negociações, conforme a Figura 2.7.2:

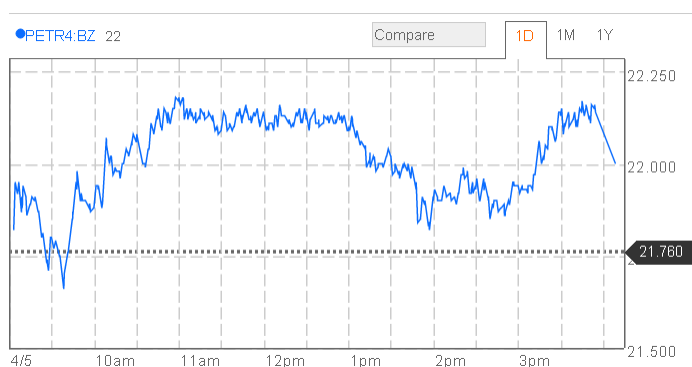


Figura 2.7.2 - Evolução do preço de fechamento de ação preferencial da Petrobras durante o dia 05/04/2012 – fonte: Bloomberg

Um processo estocástico notável, com aplicações em teoria financeira, é o movimento Browniano, que surgiu como descrição do movimento de uma partícula imersa em um fluido. Seja $\{B_t\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ um movimento Browniano unidimensional (por exemplo, a projeção do movimento de uma partícula fluida ao interior de um líquido sobre um eixo). O movimento

Browniano unidimensional verifica, de acordo com Girardin e Limnios, então, as seguintes condições:

- $\forall \{t_0, t_1\} \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+; t_1 > t_0; \{B_{t_1}\} - \{B_{t_0}\}$ é independente de $\{B_t\}_{t < t_0}$
- $\forall \{t_0, t_1\} \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+; t_1 > t_0; \{B_{t_1}\} - \{B_{t_0}\} \sim N(0, t_1 - t_0)$
- $\{B_t\}_{t \in \mathbb{R}^+}$ é contínuo

O movimento Browniano pode ser estudado em tempo discreto, constituindo o passeio aleatório. Uma maneira de interpretar o passeio aleatório é observá-lo como uma trajetória a ser percorrida sobre a reta dos números reais. Parte-se de um ponto inicial (y_0) e, a cada instante de tempo x_t , desloca-se sobre a reta, de maneira aleatória (ε_t). Este comportamento pode ser sintetizado através da seguinte discretização:

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.7.1)$$

Onde ε_t são variáveis aleatórias independentes entre si, de média 0, homocedásticas e normalmente distribuídas. Uma simulação deste passeio aleatório é representada na Figura 2.7.3:

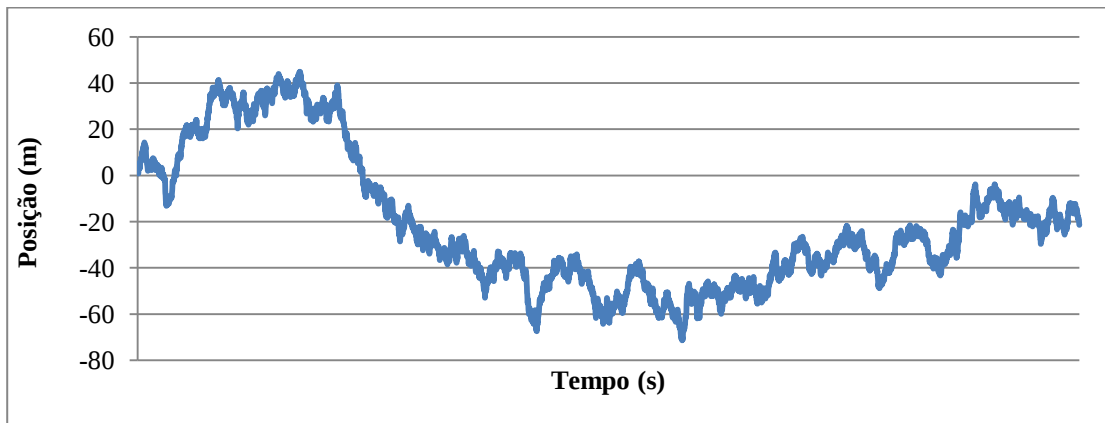


Figura 2.7.3 - Passeio aleatório

O movimento Browniano e sua versão em tempo discreto servem como base para diversos modelos mais complexos cujas aplicações se estendem às finanças, não somente à precificação de ações, mas também ao estudo de comportamento de taxas de juros, moedas e *commodities*.

Este modelo embrionário serve de base para uma série de outros modelos mais complexos, envolvendo mais de uma variável estocástica.

Durbin e Koopman (2001) se baseiam no passeio aleatório para definir o modelo de níveis locais, através do acréscimo de um ruído a cada instante de medição. O processo estocástico assim obtido é fundamental. Nele, o valor esperado para a variável observável a cada instante é a superposição de um passeio aleatório e um ruído, também aleatório.

$$\begin{cases} y_t = \alpha_t + \varepsilon_t \\ \alpha_{t+1} = \alpha_t + \eta_t \end{cases} \quad (2.7.2)$$

$$(2.7.3)$$

Onde ε_t e η_t são variáveis aleatórias independentes entre si de distribuição normal de média 0 e com variância constante. Uma simulação fornece os seguintes resultados:

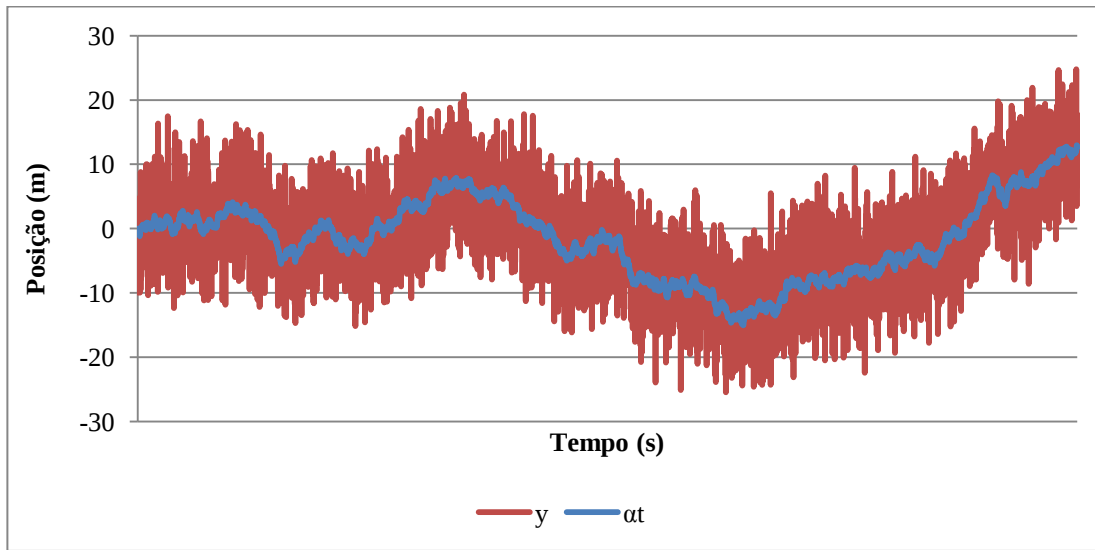


Figura 2.7.4 - Modelo de níveis locais

Pode-se observar o comportamento errático da média local (em azul) ao qual se superpõe um ruído formando a curva vermelha.

Outro processo estocástico fundamental abordado por Durbin e Koopman é o modelo linear local no qual se acrescenta o comportamento estocástico da derivada primeira do processo:

$$\begin{cases} y_t = \mu_t + \varepsilon_t \end{cases} \quad (2.7.4)$$

$$\begin{cases} \mu_{t+1} = \mu_t + v_t + \xi_t \end{cases} \quad (2.7.5)$$

$$\begin{cases} v_{t+1} = v_t + \zeta_t \end{cases} \quad (2.7.6)$$

Onde ε_t e η_t são variáveis aleatórias independentes entre si de distribuição normal de média 0 e com variância constante.

Uma simulação é exibida na Figura 2.7.5, em que a taxa instantânea de variação (v_t) é representada em azul (unidades à direita). A taxa instantânea de variação é um passeio aleatório e representa a tendência esperada de variação (*drift*). Quanto mais negativo é v_t , maior é a probabilidade de que μ_t (e consequentemente y_t) decresçam.

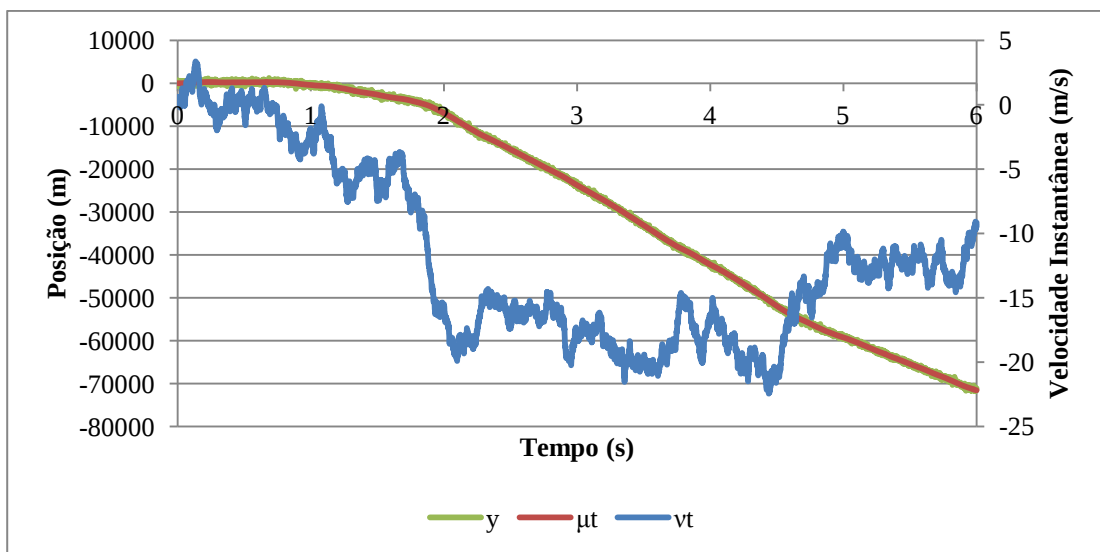


Figura 2.7.5 - Modelo linear local

Outra dinâmica de cabal importância para a modelagem estocástica é o processo de Ornstein-Uhlenbeck de reversão à média, que pode ser expresso de maneira simplificada pela equação:

$$y_{t+1} = \Phi(\mu - y_t) + \varepsilon_t \quad (2.7.7)$$

Onde Φ constante representa a intensidade de reversão à média e ε_t , uma variável aleatória de distribuição normal de média 0 e com variância constante. Simulando este processo para valores arbitrários, obtemos, em função da intensidade de reversão à média:

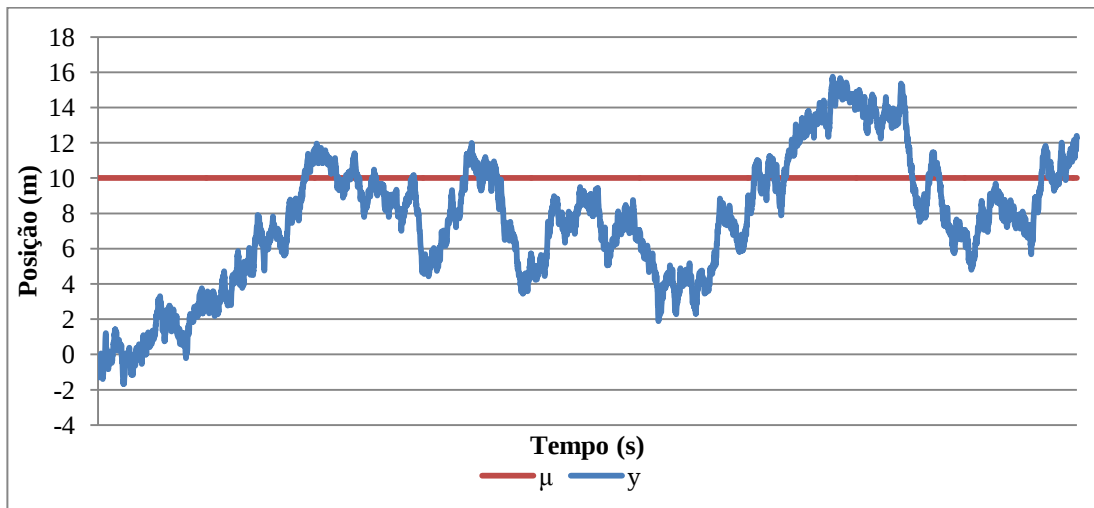


Figura 2.7.6 - Processo fraco de reversão à média

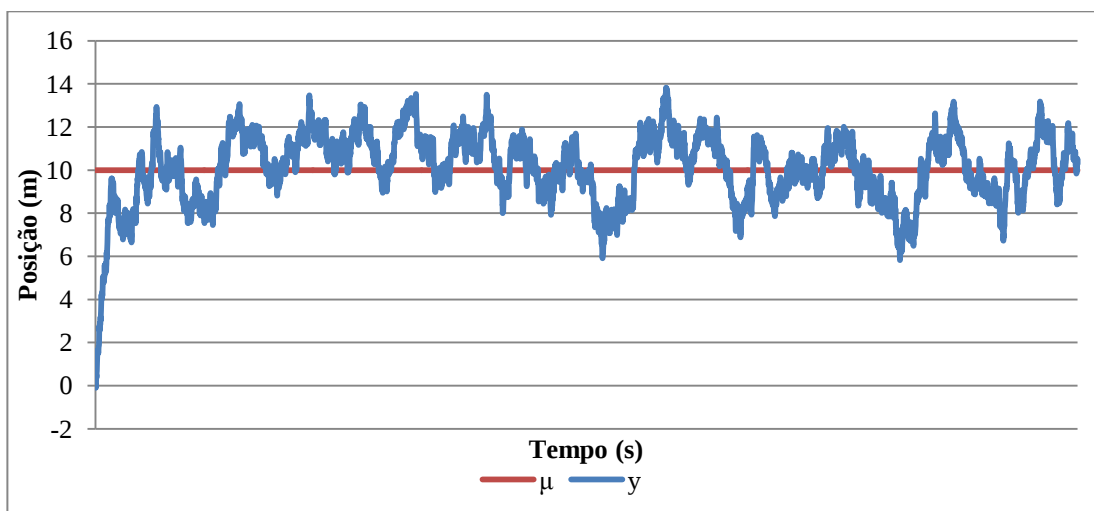


Figura 2.7.7 - Processo forte de reversão à média

Nota-se que quanto maior a intensidade de reversão à média, mais rapidamente desvios são corrigidos (observável em particular no instante inicial, em que o desvio é grande). Os modelos apresentados neste capítulo podem ser enriquecidos para incluir derivadas de ordem superior, correlações entre variáveis, efeitos de sazonalidade, etc.

Posteriormente, abordar-se-á a modelagem de problemas financeiros mais complexos, em que surge a necessidade de estender as ferramentas aqui apresentadas.

2.8 Filtro de Kalman

Kalman (1960) propõe um método iterativo para a resolução de modelos estruturais em que se deseja estimar e prever variáveis de estado (não necessariamente observáveis) a partir de outras variáveis observáveis perturbadas por ruídos.

Alazard (2005) evidencia as múltiplas aplicações do filtro de Kalman aos domínios da engenharia. Esta ferramenta permite, a partir de um modelo preliminar para o comportamento de um fenómeno e uma série de medidas, estimar parâmetros de interesse em um problema. Assim, filtros de Kalman vêm sendo empregados em situações diversas, compreendendo desde estudos de balística, localização de objetos via radar ou ainda leis de comando para sistemas automatizados.

Seja um modelo estrutural conforme definido pelas equações 2.8.1 e 2.8.2:

$$X_t = G_t X_{t-1} + R_t w_t \quad (2.8.1)$$

$$Z_t = A_t X_t + v_t \quad (2.8.2)$$

Conforme desenvolvido por Durbin e Koopman, o filtro de Kalman é um algoritmo recursivo de estimação que permite, dado o estado no instante $t - 1$, estimar o estado no instante t . Desta maneira, não se precisa conhecer o histórico de evolução da variável e a previsão para o estado futuro depende tão somente do estado presente.

Dentro da notação proposta, as variáveis de interesse que buscamos prever são os $X_t, \forall t \in T$. O método se resume ao cálculo de esperanças condicionais: o valor esperado para X_t conhecida a informação a respeito de Y_t e, eventualmente (caso X_t seja observável), informações passadas a respeito da própria série X_t .

O algoritmo de Kalman é dividido em duas etapas: previsão e atualização. A previsão consiste em estimar o estado imediatamente subsequente a partir de toda a informação disponível até o momento presente:

$$\hat{X}_{t/t-1} = E[X_t/\mathfrak{F}_{t-1}] = E[G_t X_{t-1}/\mathfrak{F}_{t-1}] + E[R_t w_t/\mathfrak{F}_{t-1}] \quad (2.8.3)$$

Em um segundo momento, quando se coleta as informações referentes ao t -ésimo momento do processo, o método de Kalman propõe que se corrija as estimativas incluindo a nova informação que se obteve. Este é o processo de atualização:

$$\hat{X}_t = \hat{X}_{t/t-1} + K_t (Z_t - A_t \hat{X}_{t/t-1}) \quad (2.8.4)$$

$$\hat{P}_t = (I - K_t A_t) \hat{P}_{t/t-1} \quad (2.8.5)$$

$$K_t = \hat{P}_{t/t-1} A_t^T (A_t \hat{P}_{t/t-1} A_t^T + B_t) \quad (2.8.6)$$

Onde K_t é a matriz de ganho do filtro de Kalman e B_t é definido a partir de tal maneira que:

$$B_t v = v_t \quad (2.8.7)$$

E v é um vetor invariante no tempo composto exclusivamente de ruídos centrados e de variância unitária.

Para inicializar o processo iterativo, é necessário definir as “sementes” do filtro, valores iniciais que permitem o cálculo subsequente: $\hat{P}_0$ e $\hat{X}_0$.

Em casos práticos, todavia, raro é que se conheça todos os parâmetros do modelo de Kalman: em nosso caso, as matrizes G , R , A assim como o desvio-padrão dos ruídos que interferem com o processo.

Este problema pode ser resolvido de três maneiras:

- *Modelagem*:— em alguns casos particulares, a relação entre as variáveis de estado e de sinal é conhecida. É o caso, por exemplo, de um modelo de séries temporais em que se equaciona o comportamento do preço futuro de um ativo a partir de seu preço atual, da taxa de juros e de seu retorno de conveniência.
- *Expertise* – em outras situações, especialistas da área são capazes de fornecer inputs ao problema. Neste caso, pode-se utilizar métodos específicos de sondagem para obtenção de valores mais confiáveis
- *Estimação* – em casos em que se possui abundância de dados, é possível buscar conjuntos de parâmetros de maneira a minimizar o “erro de modelagem”. Este erro pode ser definido de várias maneiras, mas para a continuidade deste trabalho, sempre que parâmetros forem estimados, o critério adotado será o da máxima verossimilhança

Assim, ao longo deste Trabalho de Formatura, iremos utilizar o filtro de Kalman como ferramenta de modelagem para o mercado de *commodities*, a começar pelo mercado sucroalcooleiro no Brasil.

O objetivo deste tipo de modelagem é, a partir de uma série de variáveis observáveis (como o preço de contratos futuros, a taxa nominal de juros, a produção oficial de açúcar ou de etanol do país, etc.), estimar parâmetros não-observáveis (tais como o preço à vista do açúcar, o retorno de conveniência, etc.).

Uma vez formulados os modelos que serão adotados em cada caso, usaremos o software EViews em sua versão 6 para otimização de parâmetros e obtenção de resultados de aderência. A partir destes resultados, poderemos comparar as variantes de modelos propostas e interpretar os resultados, voltando a questionar as hipóteses iniciais, quando necessário.

3 APLICAÇÃO DO FILTRO DE KALMAN AO MERCADO SUCROALCOOLEIRO

Este capítulo tem como objetivo analisar o processo de formação de preços de *commodities*, em especial no mercado sucroalcooleiro. Do ponto de vista de tomada de decisão, é fundamental ao gestor poder prever o retorno futuro de determinado ativo. No caso de *commodities*, o princípio é o mesmo. Uma empresa cujos insumos sejam *commodities* deve ser capaz de comprá-los no momento mais estratégico levando em conta sua estrutura produtiva, suas necessidades e disponibilidades assim como sua expectativa futura.

O investidor americano George Soros (2008) expõe através de sua teoria de reflexividade a dificuldade em se compreender de maneira fechada o funcionamento de mercados financeiros. Em mercados como o de ações, cada ator (bancos, investidores) não somente reage em função de sinais do mercado (variações de preço e de volume), mas também impacta, através de sua própria reação, o curso dos sinais que o motivaram a tomar uma decisão. Mercado e atores de mercado estão inter-relacionados numa relação reflexiva. Este caso é um exemplo de situação em que modelos analítico-determinísticos são impraticáveis e onde a modelagem probabilística mostra seu valor.

Neste contexto, o presente Trabalho de Formatura explora o modelo proposto por Pereira (2009) para o caso particular da formação de preços do açúcar no Brasil. Em um primeiro momento, aborda-se o contexto econômico do mercado sucroalcooleiro no Brasil. Em seguida, busca-se expor as premissas e a fundamentação do modelo de Pereira para, em seguida, adaptá-lo através da introdução de variáveis e hipóteses suplementares.

3.1 Contexto econômico do mercado sucroalcooleiro

De acordo com o Ministério da Agricultura (2013), o Brasil é o principal país produtor de açúcar, respondendo por mais da metade da comercialização mundial deste produto. As perspectivas apresentadas são de crescimento estável de 3,25% ao ano até a safra de 2018/2019, quando se espera que o Brasil produza mais de 47 milhões de toneladas de açúcar. Ainda de acordo com o Ministério da Agricultura, o etanol também adquiriu importância fundamental na economia nacional, especialmente graças à explosão do consumo interno impulsionado pela disseminação dos veículos *flex*.

A produção de cana-de-açúcar no Brasil é bastante concentrada nas regiões Centro-Sul (com concentração nos estados de São Paulo, Paraná e Minas Gerais) e Nordeste do Brasil

(principalmente Sergipe, Pernambuco, Paraíba e Rio Grande do Norte), conforme ilustrado na figura 3.1.1:

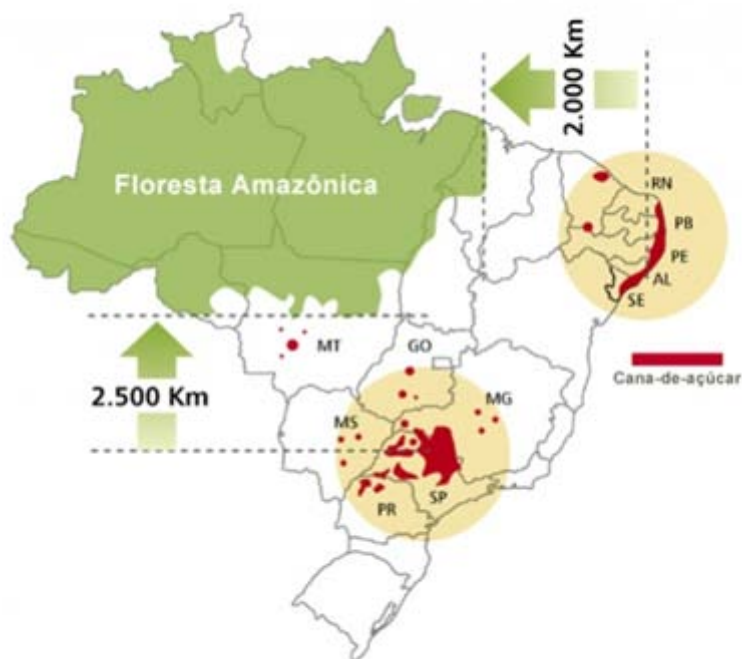


Figura 3.1.1 – Produção de cana-de-açúcar no Brasil – fonte: UNICA

O setor sucroalcooleiro no Brasil é representado pela União da Indústria de Cana-de-Açúcar (UNICA), entidade criada em 1997 e que regrupa atualmente mais de 130 companhias responsáveis por mais de 50% da produção de etanol e 60% da produção de açúcar nacional. Além de visar pelos interesses dos produtores sucroalcooleiros, a entidade faz acompanhamento estatístico do mercado brasileiro, oferecendo dados históricos sobre produção regional e preços para os subprodutos da cana-de-açúcar. (UNICA, 2013).

A produção de cana-de-açúcar representa um vetor essencial da economia brasileira, com exportações de cerca de US\$ 372 milhões ao longo do ano de 2011 de acordo com o Portal Brasil (2013), o equivalente a quase 9,0% do PIB do país naquele ano.

Neste contexto, produtores (grupos de agronegócio) e consumidores (refinarias, produtores de combustível) ligados ao mercado sucroalcooleiro estão expostos a grandes flutuações de preços tanto no mercado local quanto no mercado internacional. Diversas alternativas de proteção (*hedge*) existem e podem ser utilizadas para reduzir o risco do negócio para ambas as partes (através da limitação de altas e baixas de preços, fixação de preços futuros, etc.) de maneira a viabilizar a exploração comercial de longo prazo de atividades que dependem de *commodities* como o açúcar ou o etanol.

Para viabilizar este tipo de operações, muitas vezes se recorre a instrumentos financeiros, que nada mais são do que contratos entre partes (com ou sem intermédio de um agente financeiro) determinando condições futuras de negociação ou de remuneração.

Isto posto, é essencial a qualquer empresa neste tipo de negociação compreender os mecanismos de formação de preço das *commodities* envolvidas e, sempre que possível, buscar modelos que permitam algum grau de previsibilidade quanto aos custos futuros, assunto que será esmiuçado nos tópicos seguintes.

3.2 Prelúdio ao modelo proposto por Pereira

O modelo de base desenvolvido por Pereira (2009) busca compreender o processo de formação do preço à vista (*spot*) de açúcar no Brasil. Ora, o preço desta *commodity* à vista não é homogêneo em todo o território nacional: os preços à vista divulgados por associações ligadas ao setor são baseados em médias feitas com base nos preços realmente praticados em diferentes cidades e estados. Assim sendo, a variável de estudo – o preço à vista do açúcar no Brasil – é assumida como variável não observável no modelo proposto.

Pereira inicia o estudo da problemática de formação de preços a partir do modelo de um fator de Brennan e Schwartz (1985). Neste modelo, a única variável endógena é o retorno do preço à vista da *commodity* dado por:

$$R_t = \frac{dS}{S_t} \quad (3.1.1)$$

No modelo de um fator, o referido retorno segue um comportamento linear local com *drift* constante. Este *drift* constante representa a tendência de longo prazo sobre o preço da *commodity*, ao passo que os choques aleatórios de curto prazo representam mecanismos de distorção de preço por condições de mercado (ruptura eventual de safra, picos de demanda, baixa de estoque). Estas distorções de curto prazo serão tanto maiores quanto mais volátil for a *commodity* em estudo.

Pereira prossegue em sua análise com o modelo de dois fatores proposto por Gibson e Schwartz (1990). Este modelo é um aprimoramento do modelo de um fator através da inclusão do retorno de conveniência como variável endógena. Ao invés de assumir que as flutuações do retorno de conveniência são intrinsecamente definidas pelo estoque de produtos, Gibson e Schwartz sugerem modelá-lo como um processo de reversão à média, cujos parâmetros poderiam ser estimados.

Finalmente, Pereira aborda o modelo de três fatores proposto por Schwartz (1997), modelo em que a taxa de juros livre de risco também é tratada como variável endógena e modelada como um processo de reversão à média. As equações do modelo de três fatores são:

$$\frac{dS}{S_t} = (r_t - \delta_t)dt + \delta_s dz_s \quad (3.1.2)$$

$$d\delta = \Phi_\delta(\mu_\delta - \delta_t)dt + \delta_\delta dz_\delta \quad (3.1.3)$$

$$dr = \Phi_r(\mu_r - r_t)dt + \delta_r dz_r \quad (3.1.4)$$

Onde r_t representa a taxa de juros livre de risco associada à média de longo prazo μ_r e com velocidade de retorno à média Φ_r ; δ_t representa o retorno (ou custo) de conveniência da *commodity* associado à média de longo prazo μ_δ e com velocidade de retorno à média Φ_δ . Além disso, δ_s , δ_δ e δ_r são constantes que representam a volatilidade de cada choque aleatório (supostos correlacionados, mas este aspecto foge ao escopo do presente capítulo).

Os modelos de dois e três fatores são, ainda, bastante referenciados na literatura. Desta maneira, Pereira adota-os como referência para o desenvolvimento de seu próprio modelo.

3.3 Modelo proposto por Pereira

Pereira (2009) apresenta um modelo para a evolução dos preços de *commodities*. O objetivo do autor é aumentar o poder de explicação dos modelos de um, dois e três fatores sem tornar o modelo excessivamente complexo.

O autor parte das premissas de não arbitragem entre mercado à vista e mercado futuro e introduz a noção de interdependência de preços de *commodities* para estudar a formação do preço do açúcar. Ora, no Brasil o açúcar é produzido a partir da cana-de-açúcar, assim como o etanol combustível. Desta maneira, algumas usinas de moagem de cana poderiam, em função dos preços relativos entre açúcar e etanol, optar por produzir mais deste ou daquele produto. Dessa maneira, seria de se esperar que um aumento no preço do etanol fosse induzir usineiros a aumentar a produção de etanol em detrimento do açúcar – a redução na oferta de açúcar, a demanda constante, traria uma pressão de aumento no preço do açúcar.

De maneira análoga, etanol e gasolina (subproduto do petróleo) são combustíveis substitutos em muitas aplicações. Desta maneira, um aumento no preço do petróleo induziria consumidores a migrarem para o etanol, exercendo pressão de aumento no preço. Pelo

raciocínio supra, esperar-se-ia, também, que a alta do preço do petróleo impactasse o preço do açúcar.

Além da interdependência do preço de *commodities*, Pereira se baseia na premissa de que a volatilidade dos mercados financeiros exerça influência direta sobre o preço das *commodities* de maneira geral e do açúcar em particular. Em momentos de crise financeira, o preço de ativos financeiros (tais como ações, debêntures etc.) oscila de maneira mais pronunciada, o que implica em maior volatilidade. Nestes cenários de instabilidade, as *commodities* são uma alternativa mais segura do que investimentos em moeda (sujeitos a inflação) – as *commodities* constituem uma alternativa de preservação do valor real do investimento. Para modelar estas distorções de curto prazo sobre o preço das *commodities*, Pereira introduz em seu modelo uma componente ligada à volatilidade do mercado, que é simbolizada pela volatilidade de um índice de ações (índice Dow Jones).

Por último, tendo em vista o caráter extremamente cíclico da produção de cana-de-açúcar no Brasil com períodos de safra e entressafra, Pereira introduz um fator determinístico de sazonalidade, representado por uma função senoidal ao longo do ano.

Desta maneira, a representação do modelo de Pereira na forma de espaço de estados se torna:

$$\ln(F_t) = r(T - t) - (T - t)\delta_t + \ln(S_t) \quad (3.2.1)$$

$$\delta_t = \Phi\mu_\delta + (1 - \Phi)\delta_{t-1} + \sigma_\delta z \quad (3.2.2)$$

$$\ln(S_t) = \beta_0 + \beta_1 R_{t-1}^P + \beta_2 \Delta \hat{\sigma}_t^M + \lambda_t + \ln(S_{t-1}) + \sigma_S z \quad (3.2.3)$$

A equação 3.2.1 representa a condição de não arbitragem entre o mercado à vista e o mercado futuro, com F_t representando o preço do contrato futuro de açúcar no instante (exógeno) t e S_t , o preço à vista do açúcar (endógeno). A taxa de juros de longo prazo (exógena) é representada pela variável r ao passo que o retorno (ou custo) de conveniência do açúcar é representado por δ_t (endógeno). A data de vencimento do contrato futuro é representada por T , enquanto t representa o instante atual.

A equação 3.2.2 visa a modelar o processo estocástico de reversão à média do retorno de conveniência do açúcar, sendo μ_δ a média de longo prazo (endógena) e Φ a velocidade de retorno à média (endógena). A variável σ_δ representa a amplitude do choque aleatório (endógena) que a variável sofre a cada instante.

A equação 3.2.3 propõe o comportamento estocástico do preço à vista do açúcar, S_t . Nela, β_0 , β_1 e β_2 representam parâmetros a serem estimados, R_{t-1}^P representa o retorno

defasado do preço do petróleo (exógeno), $\Delta\hat{\sigma}_t^M$ representa a primeira diferença da volatilidade do mercado e λ_t , a componente de sazonalidade. Além disso, introduz-se um choque aleatório de amplitude σ_S (endógena).

Através da metodologia proposta pelo filtro de Kalman, é possível estimar todos os parâmetros e variáveis endógenas ao sistema. O software *EViews* permite resolver este problema de otimização de maneira trivial.

Ao longo de seu trabalho, Pereira compara duas versões do modelo proposto: uma com análise de dados diários do mercado sucroalcooleiro e outra com dados mensais. Como referência, o autor remete seus resultados aos resultados obtidos com o modelo de dois fatores de Gibson e Schwartz (1990).

A qualidade de previsão constatada, para o caso do mercado sucroalcooleiro, é superior àquela obtida pelo modelo de dois fatores. A versão baseada em dados mensais oferece resultados superiores à versão com dados diários. Na sequência do presente Trabalho, continuaremos a explorar o modelo de Pereira, alterando a equação 3.2.3 de maneira a introduzir outros efeitos tais como o volume de estoques e a taxa de câmbio entre o dólar americano e o real (USD/BRL). Os modelos doravante propostos serão todos baseados em dados mensais, inclusive por questões de disponibilidade de dados (e.g. volumes de produção e estoques).

Inicialmente, os modelos propostos terão como referência os resultados obtidos por Pereira em seu modelo. Desta forma, para avaliar a qualidade de um novo modelo, compararemos seu grau de adesão aos dados com aquele obtido pelo modelo de Pereira. O indicador que será usado para avaliar esta adesão será a verossimilhança, conforme supradefinido.

3.4 Evoluções sugeridas

Para que haja comparabilidade entre as evoluções doravante sugeridas e o modelo inicial proposto por Pereira, optamos por trabalhar no mesmo espaço amostral que o autor, ou seja, restringir o estudo ao período compreendido entre janeiro de 2002 e junho de 2008, com dados mensais.

Em um primeiro instante, voltamos às premissas estabelecidas por Pereira, com vistas a possíveis simplificações do modelo de base.

Ora, um dos pontos propostos pelo autor é o caráter de preservação de valor real das *commodities*. Em momentos de crise e de inflação elevada, investidores apresentam tendência

a procurar ativos mais estáveis, com consequente migração de títulos de renda fixa e de carteiras de ação em direção a *commodities*.

Este fenômeno é bastante conhecido no caso de metais nobres como o ouro – que apresentou valorização elevada no Brasil nos últimos anos por conta da crise europeia e dos sucessivos cortes da taxa Selic, conforme noticiado pela Infomoney (2011). Todavia, outros tipos de *commodities* que não metais preciosos poderiam não verificar a mesma tendência. De fato, é de se esperar que *commodities* ligadas à produção de energia, como o etanol e o petróleo, tenham respectiva oferta e demanda fortemente atreladas ao nível de atividade econômica.

Tendo em vista o exposto, buscamos uma simplificação ao modelo de Pereira, negligenciando o efeito da volatilidade do índice Dow Jones sobre a formação de preços do açúcar. Entendemos que esta premissa, extremamente defensável no caso da formação de preços de metais preciosos, pode não se justificar para outros tipos de *commodities*.

Desta maneira, o modelo simplificado (modelo A) se resume ao seguinte sistema de equações:

$$\ln(F_t) = r(T - t) - (T - t)\delta_t + \ln(S_t) \quad (3.3.1)$$

$$\delta_t = \Phi\mu_\delta + (1 - \Phi)\delta_{t-1} + \sigma_\delta z \quad (3.3.2)$$

$$\ln(S_t) = \beta_0 + \beta_1 R_{t-1}^P + \lambda_t + \ln(S_{t-1}) + \sigma_S z \quad (3.3.3)$$

Através do software *EViews 6*, pudemos comparar o modelo proposto por Pereira com o modelo A. O processo de otimização nos levou aos seguintes resultados, em que β_c e β_s representam, respectivamente, as componentes cosseno e seno da função de sazonalidade:

Tabela 3.3.1 – Resultados do modelo A

Parâmetro	Modelo de Pereira	Modelo A	Diferença
φ	-0,0000158	-0,0000234	48,1%
μ_δ	401,8638	280,3487	-30,2%
$\exp(\sigma_\delta)$	-54,54314	-54,54314	0,0%
β_0	0,008160	0,008658	6,1%
β_1	0,047409	0,038086	-19,7%
β_2	0,086884	-	-
β_c	0,002314	0,002515	8,7%
β_s	-0,041329	-0,041243	-0,2%

exp(σ_s)	-4,832812	-4,83182	0,0%
Log-L	71,98789	71,94986	-0,1%

Desta maneira, constatamos que a supressão do grau de liberdade correspondente à volatilidade do índice Dow Jones não trouxe impacto significativo para a aderência do modelo aos dados. De fato, a log-verossimilhança do modelo A apresentou uma retração de apenas 0,1% em relação àquela do modelo original. Observamos que os parâmetros de reversão à média do retorno de conveniência foram os que mais sofreram modificações para poder acomodar a parcela do resíduo que, no modelo de Pereira, era explicada pela volatilidade do mercado.

Gostaríamos de testar, então, se o coeficiente relativo à volatilidade do índice Dow Jones (conforme proposto por Pereira) apresenta contribuição estatisticamente significativa à aderência do modelo ou não:

$$\begin{cases} H_{02}: \beta_2 = 0 \\ H_{12}: \beta_2 \neq 0 \end{cases}$$

Ora, de acordo com Pereira, e conforme abordado no anexo 7.4 deste Trabalho de Formatura, os coeficientes estimados pela metodologia de Kalman seguem uma distribuição probabilística t de Student. Assim sendo, podemos comparar a estatística t obtida para cada parâmetro com o t crítico para determinado nível de significância e determinado número de graus de liberdade:

Tabela 3.3.2 – Teste de Hipóteses modelo A

Parâmetro Avaliado	Coefficiente	Desvio-Padrão	Estatística t
β_2	0,086884	0,053172	1,634

No caso em questão, a um nível de 5% de significância, não podemos rejeitar a hipótese H_{02} de nulidade do coeficiente β_2 . De fato, obtemos uma estatística t para o coeficiente β_2 de 1,634 que, no caso de uma amostra de 76 observações (75 graus de liberdade), devemos comparar, em valor absoluto, ao nível crítico de $t_{75;5\%} = 1,992$. Desta maneira, reforçamos a constatação inicial de que a diferença na qualidade de aderência dos modelos trazida pela variável de volatilidade é ínfima. Na sequência, passaremos a negligenciar a volatilidade nos outros modelos propostos, enquanto a análise for direcionada ao mercado sucroalcooleiro.

Em um segundo instante, revisitamos outra premissa do modelo proposto por Pereira: a sazonalidade do mercado sucroalcooleiro. Ora, no modelo original, o efeito de sazonalidade é capturado simplesmente através de uma projeção sobre duas funções senoidais. Essas funções apresentam periodicidade definida de um ano, que é a duração total do período safra-entressafra para o mercado sucroalcooleiro (com as safras começando em março de cada ano).

Contudo, por conta da extensão geográfica do Brasil, que concentra focos produtivos em diversas regiões, é razoável se esperar que haja diferenças no efeito de sazonalidade de um ano em relação a outro (antecipação/atraso em colheitas, influência de condições meteorológicas etc.). Por conta disto, propusemos um modelo que leve em conta o nível de produção do mercado sucroalcooleiro em escala nacional ao invés de utilizar simplesmente uma função periódica de ajuste.

Através da consolidação de dados mensais compilados pelo Ministério da Agricultura (2012), obtivemos a produção nacional mensal de cana-de-açúcar, de açúcar refinado e de etanol. Para incorporar o nível de produção ao modelo de formação de preços, introduzimos, inicialmente, parâmetros estritamente lineares na equação que rege o preço à vista do açúcar. As equações modificadas (modelo B) passam a ser:

$$\ln(F_t) = r(T - t) - (T - t)\delta_t + \ln(S_t) \quad (3.3.4)$$

$$\delta_t = \Phi\mu_\delta + (1 - \Phi)\delta_{t-1} + \sigma_\delta z \quad (3.3.5)$$

$$\ln(S_t) = \beta_0 + \beta_1 R_{t-1}^P + \beta_{PA}P_A + \beta_{PE}P_E + \beta_{PCA}P_{CA} + \ln(S_{t-1}) + \sigma_S z \quad (3.3.6)$$

Em que P_A representa a produção mensal de açúcar, P_E representa a produção mensal de etanol e P_{CA} representa a produção mensal de cana-de-açúcar (insumo para a produção tanto de etanol quando de açúcar). Os parâmetros β_{PA} , β_{PE} e β_{PCA} são estimados juntamente com os outros parâmetros buscando maximizar a log-verossimilhança. Os resultados obtidos desta maneira foram:

Tabela 3.3.3 – Resultados do modelo B

Parâmetro	Modelo de Pereira	Modelo B	Diferença
φ	-0,0000158	-0,0000114	-27,8%
μ_δ	401,8638	546,2493	35,9%
$\exp(\sigma_\delta)$	-54,54314	-54,54314	0,0%
β_0	0,008160	-0,042418	-619,8%
β_1	0,047409	0,008063	-83,0%

β_2	0,086884	-	-
β_c	0,002314	-	-
β_s	-0,041329	-	-
β_{PA}	-	0,029925	-
β_{PE}	-	-0,004650	-
β_{PCA}	-	-0,006879	-
$\exp(\sigma_s)$	-4,832812	-4,847027	0,3%
Log-L	71,98789	72,54379	0,8%

Assim, pudemos constatar leve melhoria na aderência do modelo aos dados por conta da modelagem dos efeitos sazonais através de uma função linear do nível de produção do mercado sucroalcooleiro no Brasil.

Para cada uma das novas variáveis introduzidas, buscaremos validar ou rejeitar estatisticamente a relevância que esta nova variável traz ao modelo (a um nível de 95% de significância):

$$\begin{aligned} &\begin{cases} H_{0PA}: \beta_{PA} = 0 \\ H_{1PA}: \beta_{PA} \neq 0 \end{cases} \\ &\begin{cases} H_{0PE}: \beta_{PE} = 0 \\ H_{1PE}: \beta_{PE} \neq 0 \end{cases} \\ &\begin{cases} H_{0PCA}: \beta_{PCA} = 0 \\ H_{1PCA}: \beta_{PCA} \neq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Novamente, compararemos a estatística t de Student de cada um dos coeficientes com o t crítico a um nível de significância de 5%:

Tabela 3.3.4 – Teste de Hipóteses modelo B

Parâmetro Avaliado	Coefficiente	Desvio-Padrão	Estatística t
β_{PA}	0,029925	0,053172	0,563
β_{PE}	-0,004650	0,017071	-0,272
β_{PCA}	-0,006879	0,021239	-0,324

Ora, como a estatística t verificada para cada um dos coeficientes é, em valor absoluto, inferior ao valor crítico de 1,992, devemos aceitar as hipóteses nulas H_{0PA} , H_{0PE} e H_{0PCA} , que nos levam a concluir que nenhum dos três coeficientes aporta melhorias estatisticamente significativas ao modelo.

Em seguida, buscamos modelar de outra maneira o impacto da produção de açúcar, etanol e cana-de-açúcar sobre o preço à vista do açúcar. Ora, num mercado perfeitamente competitivo, *ceteris paribus*, quanto maior o nível de produção, menor será o preço de equilíbrio deste mercado. Deste conceito, surge a ideia de substituímos a função linear proposta por funções inversas, transformando o sistema de equações em (modelo C):

$$\ln(F_t) = r(T - t) - (T - t)\delta_t + \ln(S_t) \quad (3.3.7)$$

$$\delta_t = \Phi\mu_\delta + (1 - \Phi)\delta_{t-1} + \sigma_\delta z \quad (3.3.8)$$

$$\ln(S_t) = \beta_0 + \beta_1 R_{t-1}^P + \beta_{PA}/P_A + \beta_{PE}/P_E + \beta_{PCA}/P_{CA} + \ln(S_{t-1}) + \sigma_S z \quad (3.3.9)$$

Em que P_A representa a produção mensal de açúcar, P_E representa a produção mensal de etanol e P_{CA} representa a produção mensal de cana-de-açúcar (insumo para a produção tanto de etanol quando de açúcar). Os parâmetros β_{PA} , β_{PE} e β_{PCA} são estimados juntamente com os outros parâmetros buscando maximizar a log-verossimilhança. Os resultados obtidos desta maneira foram:

Tabela 3.3.5 – Resultados do modelo C

Parâmetro	Modelo de Pereira	Modelo C	Diferença
φ	-0,0000158	-0,0000123	-22,2%
μ_δ	401,8638	526,4924	31,0%
$\exp(\sigma_\delta)$	-54,54314	-54,54314	0,0%
β_0	0,008160	-0,013445	-264,8%
β_1	0,047409	0,033448	-29,4%
β_2	0,086884	-	-
β_c	0,002314	-	-
β_s	-0,041329	-	-
β_{PA}	-	-0,06101	-
β_{PE}	-	0,004322	-
β_{PCA}	-	0,027112	-
$\exp(\sigma_s)$	-4,832812	-4,843202	0,2%
Log-L	71,98789	73,36094	1,9%

Observamos um ganho de 1,9% na log-verossimilhança do modelo C em relação ao modelo originalmente proposto por Pereira. Para análise estatística da melhoria constatada, utilizaremos novamente a metodologia de teste de hipóteses supramencionada:

$$\begin{cases} H_{0PA}: \beta_{PA} = 0 \\ H_{1PA}: \beta_{PA} \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{0PE}: \beta_{PE} = 0 \\ H_{1PE}: \beta_{PE} \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_{0PCA}: \beta_{PCA} = 0 \\ H_{1PCA}: \beta_{PCA} \neq 0 \end{cases}$$

E, calculando a estatística t para cada um dos coeficientes:

Tabela 3.3.6 – Teste de Hipóteses modelo C

Parâmetro Avaliado	Coefficiente	Desvio-Padrão	Estatística t
β_{PA}	-0,06101	0,028812	-2,118
β_{PE}	0,004322	0,029081	0,149
β_{PCA}	0,027112	0,031258	0,867

O teste de hipóteses nos permite rejeitar a hipótese nula no caso do coeficiente relativo à produção de açúcar – isto é, rejeitamos H_{0PA} a um nível de 5% de significância, uma vez que sua estatística t, em valor absoluto, é superior ao valor crítico de 1,992. No caso dos coeficientes relativos à produção de etanol e de cana-de-açúcar, no entanto, não podemos rejeitar a hipótese de nulidade dos coeficientes – isto é, mantemos H_{0PE} e H_{0PCA} .

Por último, decidimos analisar o impacto do fluxo de exportações de *commodity* na formação de um preço de equilíbrio. O Brasil sendo um país exportador de derivados da cana-de-açúcar, é natural assumir que o fluxo de mercadorias sendo drenado por outros mercados deve exercer impacto sobre o mercado local. Por maior que tenha sido a produção de açúcar em determinado período, se esta produção for destinada ao mercado externo, o impacto sobre o preço local deve ser atenuado.

Através de dados disponibilizados pela SCA Etanol do Brasil, pudemos reformular o modelo de Pereira de maneira a introduzir o efeito das exportações sobre o preço do açúcar à vista (modelo D):

$$\ln(F_t) = r(T - t) - (T - t)\delta_t + \ln(S_t) \quad (3.3.10)$$

$$\delta_t = \Phi\mu_\delta + (1 - \Phi)\delta_{t-1} + \sigma_\delta z \quad (3.3.11)$$

$$\ln(S_t) = \beta_0 + \beta_1 R_{t-1}^P + \beta_{EA} E_A + \beta_{EE} E_E + \lambda_t + \ln(S_{t-1}) + \sigma_S z \quad (3.3.12)$$

Em que E_A representa a exportação brasileira mensal de açúcar e E_E representa a exportação brasileira mensal de etanol. Os parâmetros β_{EA} e β_{EE} são estimados juntamente com os outros parâmetros buscando maximizar a log-verossimilhança. Os resultados obtidos desta maneira foram:

Tabela 3.3.7 – Resultados do modelo D

Parâmetro	Modelo de Pereira	Modelo D	Diferença
φ	-0,0000158	-0,0000177	12,0%
μ_δ	401,8638	399,1729	-0,7%
$\exp(\sigma_\delta)$	-54,54314	-54,54314	0,0%
β_0	0,008160	-0,038569	-572,7%
β_1	0,047409	0,031886	-32,7%
β_2	0,086884	-	-
β_c	0,002314	-0,000148	-106,4%
β_s	-0,041329	-0,021446	-48,1%
β_{EA}	-	0,060214	-
β_{EE}	-	-0,017889	-
$\exp(\sigma_s)$	-4,832812	-4,879858	1,0%
Log-L	71,98789	73,83353	2,6%

Para avaliar se o ganho de 2,6% na log-verossimilhança do modelo D em relação ao modelo originalmente proposto por Pereira é estatisticamente significativo ou não, faremos o teste de hipóteses para cada um dos coeficientes introduzidos no novo modelo:

$$\begin{cases} H_{0EA}: \beta_{EA} = 0 \\ H_{1EA}: \beta_{EA} \neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} H_{0EE}: \beta_{EE} = 0 \\ H_{1EE}: \beta_{EE} \neq 0 \end{cases}$$

E, calculando a estatística t para cada um dos coeficientes:

Tabela 3.3.8 – Teste de Hipóteses modelo D

Parâmetro Avaliado	Coefficiente	Desvio-Padrão	Estatística t
β_{EA}	0,060214	0,019510	3,086

β_{EE}	-0,017889	0,021664	0,826
--------------	-----------	----------	-------

O teste de hipóteses nos permite rejeitar a hipótese nula no caso do coeficiente relativo à exportação de açúcar – isto é, rejeitamos H_{0EA} a um nível de 5% de significância. Já no caso do coeficiente relativo à exportação de etanol, não podemos rejeitar a hipótese nula – isto é, mantemos H_{0EE} .

A análise combinada dos modelos C e D levam a uma constatação curiosa: a interferência constatada entre mercados de açúcar e de etanol não é tão intensa a ponto de se observar coeficientes estatisticamente significativos na análise de volumes produzidos ou de exportações.

De fato, esta constatação corrobora a intuição de que, apesar de serem produtos concorrentes em termos de recursos produtivos (máquinas e recursos humanos), a decisão de produzir um ou outro produto apresenta alguma rigidez operacional e, na maioria dos casos, deve seguir um planejamento anualizado em função de expectativas para um ou outro mercado.

As modificações discutidas ao longo deste tópico conseguiram trazer pequenos ganhos na qualidade de aderência do modelo proposto por Pereira no caso do mercado sucroalcooleiro.

No próximo capítulo, analisaremos o mercado de ouro, *commodity* com particularidades quanto à formação de preço por conta de seu aspecto predominantemente não produtivo e de retenção de valor.

4 ANÁLISE DO MERCADO DE OURO

Este capítulo busca estender a análise da formação de preços a um outro mercado de *commodity* bastante distinto do mercado sucroalcooleiro – o mercado de ouro. O ouro é uma *commodity* bastante específica, sendo utilizado principalmente como investimento em momentos de crise por investidores buscando proteção econômica uma vez que, de acordo com Tim McMahon (2011), o ouro é um dos poucos ativos que não é, simultaneamente, o passivo de alguma entidade – de fato, qualquer título de dívida, seja ela privada ou pública, expõe o investidor ao risco de crédito do emissor da dívida, o que não é o caso do ouro como investimento (nem de qualquer outra *commodity*, mas ressaltamos o exemplo do ouro por conta de seu aspecto de investimento).

Tendo isso em vista, busca-se, ao longo do presente capítulo, explorar as diferenças que o modelo pode sofrer ao ser extrapolado de uma *commodity* para outra com características econômicas bastante distintas.

De fato, o ouro, com seu aspecto fundamental de reserva de valor, apresenta particularidades tão discrepantes de outras *commodities* que alguns autores chegam a questionar se o ouro não deveria ser tratado como uma moeda e não como uma *commodity*. Jeff Opdyke (2010) argumenta que, caso o ouro fosse uma *commodity* como outra qualquer, deveria apresentar grande sensibilidade à inflação – o que não se verifica historicamente no mercado americano. De acordo com o autor, a correlação entre ouro e inflação desde 1978 se mantém em níveis extremamente baixos, refutando a hipótese de que o ouro teria um comportamento econômico característico de *commodity*.

4.1 Contexto econômico do mercado de ouro

O ouro é um metal de características bastante singulares – além de ser raro, é facilmente identificável por conta de sua cor e sua ductilidade, além de ser um metal nobre e, portanto, bastante resistente a oxidação e outros tipos de reação química. Estas propriedades fizeram do ouro um metal bastante valorizado ao longo da história, sendo usado não somente na confecção de objetos de luxo, mas, também, como base para circulação de valores com a ascensão da burguesia europeia que culminou no final do feudalismo e o surgimento das primeiras concentrações urbanas.

Eichengreen (2008) explora o aspecto histórico mais recente do ouro, ao longo formação do sistema monetário atual. O autor aborda a criação do papel-moeda, com convertibilidade em ouro, que era visto como uma garantia real de riqueza (enquanto que o

papel-moeda era um mero comprovante de depósito de ouro) e como este sistema seguiu rumo ao colapso com a Primeira Guerra Mundial. De fato, com a crescente necessidade de materiais militares, os Estados foram levados a imprimir muito mais cédulas do que suas reservas de ouro poderiam comportar, levando a cenários de hiperinflação. Ao longo da Grande Depressão do final dos anos 1920, os países foram, gradativamente, levados a abandonar o padrão-ouro.

Com o final do padrão-ouro, o metal passou a ser tratado cada vez mais como uma mercadoria qualquer, sendo negociado em mercados abertos e objeto de exportação e importação.

A produção mundial de ouro é bastante dispersa ao redor do mundo, tendo os cinco principais produtores (China, Austrália, Estados Unidos, Rússia e África do Sul, nesta ordem) sido responsáveis por cerca de 45% da produção mundial em 2012 de acordo com o U.S. Geological Survey (2013).

No presente capítulo, concentraremos nossa análise no mercado americano de ouro, mais especificamente na cotação XAU/USD, que é o valor de uma onça de ouro (cerca de 28g) cotada em dólares americanos. Aplicaremos os modelos desenvolvidos ao longo do capítulo 3 para a formação do preço do ouro, com vistas a verificar algumas das premissas estabelecidas para o mercado sucroalcooleiro.

4.2 Modelos Propostos

Tendo em vista a problemática evidenciada por Opdyke (2013) assim como toda a metodologia desenvolvida por Pereira e as correspondentes modificações propostas ao longo do capítulo 3 deste Trabalho de Formatura, buscamos criar um novo modelo específico ao mercado de ouro, que levasse em consideração não somente os aspectos de volatilidade já contemplados pelo modelo original de Pereira, mas também aspectos referentes à inflação registrada.

Pela proposição de Opdyke, esperar-se-ia que a componente oriunda da inflação, a longo prazo, não fosse estatisticamente relevante para a aderência do modelo aos dados. Ao invés disso, o autor propõe que a formação do preço do ouro deveria ser influenciada por períodos de crise econômica – premissa similar à proposta por Pereira para seu modelo original para o açúcar.

Desta maneira, podemos formular um modelo de precificação para o mercado à vista do ouro em função de sua estrutura a termo e da volatilidade observados no mercado conforme segue:

$$\ln(F_t) = r(T - t) - (T - t)\delta_t + \ln(S_t) \quad (4.2.1)$$

$$\delta_t = \Phi\mu_\delta + (1 - \Phi)\delta_{t-1} + \sigma_\delta z \quad (4.2.2)$$

$$\ln(S_t) = \beta_0 + \beta_2 \Delta \hat{\sigma}_t^M + \ln(S_{t-1}) + \sigma_S z \quad (4.2.3)$$

Em que a F_t representa o valor futuro do contrato de ouro, r representa a taxa de juros livre de risco do país, $T-t$ representa a quantidade de dias até o vencimento do contrato futuro, δ_t representa o retorno de conveniência do ouro, μ_δ representa a média de longo prazo do retorno de conveniência, Φ é uma constante associada à taxa de reversão à média do retorno de conveniência, β_0 e β_2 são constantes, e $\Delta \hat{\sigma}_t^M$ representa a volatilidade do mercado. Além disso, σ_δ e σ_S representam o desvio-padrão associados ao retorno de conveniência e à formação do logaritmo do preço à vista do ouro, respectivamente.

Assim como adotado por Pereira, o índice escolhido como representativo da atividade econômica foi o Dow Jones Industrial Average. Para representar a taxa de juros livre de risco do modelo, optamos pela taxa mensal divulgada pelo Federal Reserve (2013), critério ligeiramente diferente do adotado por Pereira (que se baseou em valores diários e extraiu um subconjunto destes valores para uso mensal).

Os dados referentes ao preço do contrato futuro de ouro foram obtidos através da base de dados proprietária da Goldman Sachs International e são protegidos por um acordo de confidencialidade. O restante dos dados é público e disponibilizado no anexo 7.5 deste Trabalho de Formatura.

Os parâmetros podem ser estimados juntamente com os outros parâmetros buscando maximizar a log-verossimilhança de acordo com a metodologia já explorada. Os resultados obtidos desta maneira foram:

Tabela 4.2.1 – Resultados do modelo de volatilidade

Parâmetro	Modelo de volatilidade
φ	0,242193
μ_δ	0,043823
$\exp(\sigma_\delta)$	-54,54314
β_0	0,015561

β_2	0,009582
$\exp(\sigma_s)$	-6,262503
Log-L	99,80551

Em seguida, revisitamos o modelo originalmente proposto para incluir a variável que representa o efeito da inflação sobre a formação do preço do ouro. Desta maneira, podemos reescrever o sistema de equações conforme abaixo:

$$\ln(F_t) = r(T - t) - (T - t)\delta_t + \ln(S_t) \quad (4.2.1)$$

$$\delta_t = \Phi\mu_\delta + (1 - \Phi)\delta_{t-1} + \sigma_\delta z \quad (4.2.2)$$

$$\ln(S_t) = \beta_0 + \beta_1\xi_t + \beta_2\Delta\hat{\sigma}_t^M + \ln(S_{t-1}) + \sigma_s z \quad (4.2.3)$$

Onde a notação segue o mesmo padrão estabelecido anteriormente, com β_1 constante e ξ_t representando a taxa de inflação mensal. Por se tratar de modelagem do mercado americano de ouro, representamos a inflação mensal pela variação do CPI, *Consumer Price Index* divulgado pelo Bureau of Labor Statistics (2013), entidade governamental americana.

Os resultados assim obtidos foram:

Tabela 4.2.2 – Resultados do modelo de volatilidade e inflação

Parâmetro	Modelo de volatilidade	Modelo de volatilidade e inflação	Diferença
φ	0,242193	0,235405	-2,8%
μ_δ	0,043823	0,042196	-3,7%
$\exp(\sigma_\delta)$	-54,54314	-54,54314	0,0%
β_0	0,015561	0,020314	30,5%
β_1	-	-0,021849	-
β_2	0,009582	-0,014706	-253,5%
$\exp(\sigma_s)$	-6,262503	-6,338040	1,2%
Log-L	99,80551	102,0828	2,3%

Ora, podemos constatar que parte do que era explicado pela volatilidade no modelo passa a ser explicado pela componente da inflação, que permite, além disso, melhorar a log-verossimilhança do modelo em 2,3%. Para avaliar se este ganho é estatisticamente

significativo ou não, recorreremos novamente ao teste t de Student, formulando as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0: \beta_1 = 0 \\ H_1: \beta_1 \neq 0 \end{cases}$$

E, calculando a estatística t para o coeficiente β_1 :

Tabela 4.2.3 – Teste de Hipóteses modelo de volatilidade e inflação

Parâmetro Avaliado	Coeficiente	Desvio-Padrão	Estatística t
β_1	-0,021849	0,00633	-3,452

Ora, no caso em questão, por estarmos analisando uma amostra de 120 observações, devemos comparar o valor obtido para a estatística t com o valor crítico de t para 119 graus de liberdade (mantendo o grau de significância de 5%) que é de 1,980. Ou seja, qualquer estatística que seja, em valor absoluto, superior a este valor crítico de 1,980 fornece indícios suficientemente fortes para que se rejeite a hipótese de nulidade do parâmetro.

Assim sendo, rejeitamos H_0 a um nível de 5% de significância, o que implica em não podermos negar a influência do efeito da inflação sobre a formação do preço do ouro a este nível de significância.

Esta evidência, ainda que limitada a um contexto bastante específico, fornece indícios de que a formação do preço do ouro possa não ser tão simplesmente direcionada pela volatilidade dos mercados, sofrendo influência de outros fatores externos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Trabalho de Formatura pôde explorar algumas premissas macroeconômicas quanto à formação de preços no mercado de *commodities*, levando em consideração as particularidades de cada mercado.

Ao começar com um exemplo de *commodity* diretamente ligada ao consumo – o açúcar – focamos o estudo em efeitos de sazonalidade e de efeitos cruzados entre açúcar e etanol, dado o efeito de concorrência por recursos entre essas duas commodities quando do processo produtivo.

Em um segundo momento, a análise do mercado de ouro, *commodity* não sujeita a efeitos cíclicos de sazonalidade, os direcionadores da formação de preço deixam de ser componentes da oferta (isto é, volume produzido, concorrência por recursos produtivos) e passam a ser componentes da demanda (como a inflação ou a volatilidade do mercado). Observamos indícios de que a formação do preço do ouro possa não ser simplesmente direcionada pela volatilidade do mercado global, mas sim influenciada por uma combinação de fatores.

Ao se observar os pequenos ganhos incrementais em qualidade nos modelos ao se incorporar uma ou outra variável à análise, verificamos a principal dificuldade prática que subexiste na modelagem financeira – o número de variáveis que interferem nos modelos é tão grande que os modelos, comumente, acabam sendo uma simplificação excessiva da realidade em muitos casos. Mais do que isso, em muitos casos não se consegue dizer a priori quais são as variáveis relevantes a determinada análise – seria pertinente considerar na modelagem do preço do ouro a inflação de mercados emergentes como a China? O crescimento da demanda do mercado de luxo? As mudanças salariais do mercado de exploração de ouro que poderiam impactar a demanda?

As fronteiras de um problema de modelagem financeira parecem ser tão vastas que é complicado delimitar o que deve e o que não deve fazer parte do modelo. Em linha com o que retrata o jornal francês *Le Monde* (2013), o caráter aleatório da formação de preços de ativos financeiros parece estar além do instrumental técnico conhecido até os dias de hoje e mesmo os modelos mais sofisticados que o mercado conhece parecem não oferecer resultados convincentes a longo prazo.

6 LISTA DE REFERÊNCIAS

ALAZARD, D. Introduction au filtre de Kalman: **Apostila da Escola de Engenharia Aeronáutica Supaéro**. Disponível em: http://personnel.supaero.fr/alazard-daniel/Pdf/cours_Kalman.pdf. Acesso em: 20 maio 2012.

BM&FBOVESPA. **Relatório Anual 2011**. Disponível em: <http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/a-bmfbovespa/download/BMFBOVESPA-Relatorio-Anual-2011.pdf>. Acesso em: 21 mar. 2012.

BRENNAN, M.J.; SCHWARTZ, E.S. Evaluating natural resource investments. **The Journal of Business** v. 58, n. 2, p.135-157, Apr., 1985.

BUREAU OF LABOR STATISTICS (2013). **Table Containing History of CPI-U U.S.: All Items Indexes and Annual Percent Changes From 1913 to Present**. Disponível em: <ftp://ftp.bls.gov/pub/special.requests/cpi/cpiat.txt>. Acesso em: 7 abr. 2013.

DOMAR, E.D. Expansion and employment. **American Economic Review** v. 37, n. 1, p.34-55, Mar. 1947.

DURBIN, J.; KOOPMAN, S.J. **Time series analysis by state space methods**. New York: Oxford University Press, 2001. 253p.

EICHENGREEN, B. **Globalizing capital: a history of the international monetary system**. 2. ed. Princeton : Princeton University Press, 2008. 265p.

FEDERAL RESERVE (2013). **Selected Interest Rates: Historical Data**. Disponível em <http://www.federalreserve.gov/releases/h15/data.htm>. Acesso em 7 abr. 2013.

FISHER, I. **Teoria do juro**. São Paulo: Nova Cultural, 1986, 156p.

GEMAN, H. **Commodities and commodity derivatives**. Chichester: John Wiley, 2005. 396p.

GIBSON, R.; SCHWARTZ, E.S.. Stochastic convenience yield and the pricing of oil contingent claims. **The Journal of Finance** v. 45 n.3, p. 959-976, July 1990.

GIRARDIN, V.; NIKOLAOS, L. **Probabilités en vue des applications** : Introduction aux processus et à la statistique. Paris : Vuibert, 2008. 271p.

GORTON, G. ROUWENHORST, K.G. **Facts and fantasies about commodity futures**. Disponível em: <http://fic.wharton.upenn.edu/fic/papers/06/0607.pdf>. Acesso em: 10 jul. 2012.

HARROD, R.F. An essay in dynamic theory. **Economic Journal** v.49, n.193, p.14-33, Mar. 1939.

HULL, J.C. **Options, futures and other derivatives**. New Jersey: Prentice Hall, 2009, 822p.

INFOMONEY. **Ouro é o melhor investimento do ano pela 3ª vez consecutiva**. Disponível em: <http://economia.uol.com.br/ultimas-noticias/infomoney/2012/12/28/ouro-e-o-melhor-investimento-do-ano-pela-3-vez-consecutiva.jhtm>. Acesso em: 23 fev. 2013.

KALMAN, R.E. A new approach to linear filtering and prediction problems. **Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering** v. 82, n. Series D, p. 35–45, 1960.

KEYNES, J.M. **A teoria geral do emprego, do juro e da moeda**. São Paulo: Nova Cultural, 1996. 352p.

LE MONDE. **Le hasard, martingale boursière ?**. Disponível em http://www.lemonde.fr/sciences/article/2013/04/04/le-hasard-martingale-boursiere_3154154_1650684.html. Acesso em: 14 abr. 2013.

LONDON METAL EXCHANGE. **About the LME**. Disponível em: <http://www.lme.com/who.asp>. Acesso em: 21 mar. 2012.

MARX, K. **Le capital. Critique de l'économie politique**. Paris: Éditions Sociales, 1969, 317p.

MCMAHON, T. **Gold is a “crisis hedge” not an inflation hedge**. Disponível em: http://inflationdata.com/Inflation/Inflation_Rate/Gold_Inflation.asp. Acesso em: 26 mar. 2013.

MINISTÉRIO DA AGRICULTURA. **Desenvolvimento Sustentável**. Disponível em: <http://www.agricultura.gov.br/desenvolvimento-sustentavel/agroenergia>. Acesso em: 08 jun. 2012.

MINISTÉRIO DA AGRICULTURA. **Cana-de-Açúcar**. Disponível em: <http://www.agricultura.gov.br/vegetal/culturas/cana-de-acucar>. Acesso em: 24 mar. 2013.

MINISTÉRIO DO DESENVOLVIMENTO, INDÚSTRIA E COMÉRCIO EXTERIOR. **Balança Comercial Brasileira**. Disponível em: http://www.mdic.gov.br/arquivos/dwnl_1331125742.pdf. Acesso em: 21 mar. 2012.

MORETTIN, P.A.; TOLOI, C.M.C. **Análise de séries temporais**. São Paulo: Edgard Blücher, 2006. 538p.

O ESTADO DE SÃO PAULO. **Seis produtos são responsáveis por metade das exportações brasileiras**. Disponível em: <http://economia.estadao.com.br/noticias/economia,seis-produtos-sao-responsaveis-por-metade-das-exportacoes-brasileiras,105640,0.htm>. Acesso em: 14 abr. 2013.

OPDYKE, J. D. **Rethinking Gold**: What if It Isn't a Commodity After All?. Disponível em: <http://online.wsj.com/article/SB10001424052748703908704575433670771742884.html>. Acesso em: 26 mar. 2013.

PASSARELLI, D. **Trading option greeks**: How time, volatility and other pricing factors drive profit. New York: Bloomberg Press, 2008. 326p.

PEREIRA, L.M. **Modelo de formação de preços de commodities agrícolas aplicado ao mercado de açúcar e álcool**. 2009. 199 f. Tese (Doutorado em Administração) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, São Paulo. 2009.

PORTAL BRASIL. **Agronegócio**. Disponível em: <http://www.brasil.gov.br/sobre/economia/setores-da-economia/agronegocio/print>. Acesso em: 24 mar. 2013.

RIBEIRO, C.O.; OLIVEIRA, S.M. A hybrid commodity price-forecasting model applied to the sugar–alcohol sector. **The Australian Journal of Agricultural and Resource Economics** v. 55, n. 2, p. 180–198, 2011.

SAMUELSON, P.A. **Economics: an introductory analysis**. Cambridge: McGraw-Hill, 1967. 821p.

SCA ETANOL DO BRASIL. **Exportações Brasileiras de Açúcar**. Disponível em: <http://www.scalcool.com.br/portugues/pdf/Exporta%C3%A7%C3%B5es%20Brasileiras%20de%20A%C3%A7%C3%BAcar%20-%20SECEX.pdf>. Acesso em: 8 jun. 2012.

SCHWARTZ, E.S. **The stochastic behavior of commodity prices**: implications for valuation and hedging. *The Journal of Finance* v. 52, n. 3 Julho 1997, p. 923-973, 1997.

SOLOW, R. A contribution to the theory of economic growth. **Quarterly Journal of Economics** v.70, n. 1, p. 65–94, 1956

SOROS, G. **The new paradigm for financial markets**: the credit crisis of 2008 and what it means. New York: Public Affairs, 2008, 162p.

TALEB, N. **Dynamic hedging**: Managing vanilla and exotic options. New York: John Wiley, 1997, 506p.

UNICA. **Histórico e Missão**. Disponível em: <http://www.unica.com.br/unica.php>. Acesso em: 24 mar. 2013.

U.S. GEOLOGICAL SURVEY. **Mineral Commodity Summaries**, January 2013. Disponível em: <http://minerals.usgs.gov/minerals/pubs/commodity/gold/mcs-2013-gold.pdf>. Acesso em: 26 mar. 2013.

VALOR1000. **1000 Maiores Empresas**. São Paulo: Valor Econômico, v. 11, ago. 2011. 466 p. Edição 2011.

WALRAS, L. **Éléments d'économie politique pure ou théorie de la richesse sociale**. Ed. rev. e aum.. Paris: R. Pichon et R. Durand-Auzias, 1926, 407p.

7 ANEXOS

7.1 Verossimilhança e log-verossimilhança

De acordo com Durbin e Koopman, para o modelo genérico apresentado em (2.4.1) e (2.4.2), no caso em que se conhece as condições iniciais do problema e assumindo distribuição normal para o vetor de estados, a verossimilhança é dada por:

$$L(Z) = p(Z_1, \dots, Z_n) = p(Z_1) \prod_{t=2}^n p[Z_t / \sigma(\bigcup_{i=1}^{t-1} Z_i)] \quad (7.1.1)$$

onde $\sigma(\bigcup_{i=1}^t Z_i)$ é a σ -álgebra de filtração até o instante $t-1$.

Ainda de acordo com os autores, convém trabalhar com a log-verossimilhança do problema:

$$\log L(Z) = \sum_{t=1}^n \log p[Z_t / \sigma(\bigcup_{i=1}^{t-1} Z_i)] \quad (7.1.2)$$

Estas grandezas são utilizadas como função objetivo por softwares de otimização na busca de coeficientes de maior aderência ao modelo estrutural.

7.2 Hipóteses do filtro de Kalman

Onde $E[./\mathfrak{F}_{t-1}]$ representa a esperança da variável conhecido o estado no instante t . A matriz de covariância é dada por:

$$\hat{P}_{t/t-1} = E[(X_t - \hat{X}_t)(X_t - \hat{X}_t)^T / \mathfrak{F}_{t-1}] \quad (7.2.1)$$

Como a série de ruídos w possui média 0 e é independente entre si e independente da matriz R (por hipótese), a esperança da contribuição do ruído também possuíra contribuição nula à estimação do estado futuro, ou seja:

$$E[R_t w_t / \mathfrak{F}_{t-1}] = 0 \quad (7.2.2)$$

A independência da série de matrizes G e do vetor X implica:

$$\hat{X}_{t/t-1} = E[X_t/\mathfrak{F}_{t-1}] = G_t X_{t-1} \quad (7.2.3)$$

Que é a estimação *à priori* para o estado futuro X_t . Procedendo de maneira análoga para a predição da matriz de covariância, obtém-se:

$$\hat{P}_{t/t-1} = G_t X_{t-1} G_t^T + R_t' \quad (7.2.4)$$

Onde R_t' é definido a partir de R_t de tal maneira que:

$$R_t' w' = R_t w_t \quad (7.2.5)$$

E w' é um vetor invariante no tempo composto exclusivamente de ruídos centrados e de variância unitária.

7.3 Classificação de arbitragem financeira

Taleb (1997) expõe a definição adotada por traders com relação a arbitragem. De acordo com o autor, arbitragem seria uma forma de negociar apostando no diferencial entre dois instrumentos, com a crença de que os retornos serão atrativos em relação aos riscos incorridos. Assim, arbitradores tentam tirar proveito de imperfeições na precificação de mercado. Diversos graus de arbitragem são sintetizados na Tabela 7.3.1.

Tabela 7.3.1 - Arbitragens financeiras

Grau	Definição	Exemplos
1º	Forte relação fixada com o mesmo instrumento	Arbitragem triangular de moedas Arbitragem de localidade
2º	Instrumentos diferentes, mas com o mesmo ativo subjacente	Arbitragem entre mercado spot e a termo Trading programado Arbitragem de distribuição (spread de

2º	Mesmo instrumento, mas com ativos subjacentes diferentes (mas correlacionados)	Arbitragem de dívida Arbitragem de volatilidade
3º	Instrumentos diferentes e ativos subjacentes diferentes, mas com pressuposta correlação	Arbitragem de dívida contra swaps Arbitragem inter-mercados Arbitragem de taxa de juros local e externa

Adaptado de TALEB (1997)

Assim sendo, arbitragens de primeira ordem são arbitragens em que se observa risco mínimo e retorno positivo quase garantido. Se por um breve lapso de tempo, as cotações entre Real (BRL), Dólar Americano (USD) e Euro (EUR) apresentam ligeiro desbalanceamento, traders do mundo inteiro podem querer executar uma sequência de operações e lucrar com esta oportunidade efêmera. Arbitragens de terceira ordem já são muito mais incertas em termos de risco x retorno. Este tipo de arbitragem pode não se concretizar caso condições externas mudem. Por exemplo, caso a taxa de juros externa seja reduzida, traders que detinham uma posição comprada (positivamente correlacionada) em relação a taxa de juros externa dentro de um contexto de arbitragem podem ver seus ganhos esperados desaparecerem.

7.4 Teste de hipóteses

De acordo com Pereira, adotamos o teste t de Student para avaliar a relevância estatística de uma variável nova introduzida no modelo de formação de preços de uma *commodity*.

De fato, ao se utilizar o filtro de Kalman para estimar os coeficientes relacionados a cada uma das variáveis do modelo, obtemos uma estimativa para a esperança (valor médio) do coeficiente e uma estimativa para o desvio-padrão em torno deste valor esperado.

Pelo Teorema do Limite Central, podemos demonstrar que a estimativa obtida para a esperança dos coeficientes converge em lei em direção a uma distribuição gaussiana (normal). Pode-se demonstrar, igualmente, que a estimativa obtida para o desvio-padrão converge em lei em direção a uma distribuição chi-quadrado com $n-1$ graus de liberdade (em que n representa o número de observações da amostra). A demonstração destes pontos, no entanto, foge ao escopo do presente Trabalho de Formatura.

Assim sendo, podemos definir a seguinte estatística:

$$t = \frac{E[\beta] - V_0}{E[\sigma]} \quad (7.4.1)$$

Em que $E[\beta]$ é o estimador do coeficiente, V_0 é o valor crítico contra o qual queremos realizar o teste de hipóteses (no nosso caso, 0) e $E[\sigma]$ é o estimador do desvio - padrão.

Por construção, a estatística t segue uma lei t de Student com $n-1$ graus de liberdade. Isso nos permite comparar o valor calculado para t em cada caso com um valor crítico que indica, a determinado grau de significância, se devemos aceitar a hipótese de nulidade do coeficiente ou rejeitá-la.

7.5 Dados utilizados para as simulações

Tabela 7.5.1 – Dados de exportação e produção agrícola no Brasil

Mês	Exportação de açúcar (ton)	Exportação de álcool (m³)	Produção de açúcar (ton)	Produção de álcool (m³)	Prod. de cana moída (ton)
jan/02	792	105.453	201.686	227.089	6.877.124
fev/02	666	35.531	357.330	139.731	5.277.794
mar/02	335	40.799	260.097	115.938	4.467.992
abr/02	293	40.875	502.271	334.913	9.469.664
mai/02	568	40.056	1.927.974	1.257.274	32.977.535
jun/02	1.235	25.545	2.966.836	1.798.358	43.908.565
jul/02	1.505	43.007	3.374.543	2.013.613	47.311.266
ago/02	1.490	89.864	3.204.232	1.889.914	44.506.496
set/02	2.267	97.802	3.346.282	1.797.112	46.382.515
out/02	1.773	119.191	3.410.667	1.735.875	44.238.024
nov/02	1.211	85.709	1.897.350	935.625	24.264.385
dez/02	1.232	65.319	868.255	343.182	12.005.413
jan/03	1.133	116.264	622.888	248.349	7.847.356
fev/03	598	73.041	320.493	134.008	4.225.323
mar/03	250	20.923	55.980	43.983	914.805
abr/03	211	29.479	521.632	589.777	13.658.664
mai/03	734	29.859	2.118.840	1.514.453	37.853.220
jun/03	1.172	15.334	2.958.931	1.820.495	44.851.544
jul/03	1.055	47.903	3.401.389	2.124.974	49.071.525
ago/03	1.959	58.475	3.498.247	2.070.439	48.426.275
set/03	1.489	93.361	4.166.387	2.288.517	50.709.235

out/03	1.563	109.379	3.685.983	2.062.004	50.269.328
nov/03	1.090	84.944	2.063.391	1.112.813	29.178.965
dez/03	1.661	78.409	984.823	460.139	12.621.424
jan/04	907	152.762	644.990	249.186	8.473.932
fev/04	968	115.517	434.260	153.226	6.045.036
mar/04	1.240	140.688	352.211	179.658	4.632.168
abr/04	727	144.975	544.038	347.295	10.013.099
mai/04	823	176.558	1.603.632	1.035.872	28.111.590
jun/04	1.592	282.444	2.517.538	1.430.935	40.151.201
jul/04	1.577	304.255	3.407.501	1.801.693	47.717.112
ago/04	1.622	263.692	4.048.041	2.286.486	56.111.631
set/04	1.713	297.228	4.372.127	2.346.640	57.774.681
out/04	1.580	157.629	3.433.819	1.922.114	46.238.261
nov/04	1.555	241.486	3.015.857	1.886.016	45.209.462
dez/04	1.460	131.057	1.559.114	1.008.133	24.184.519
jan/05	1.119	122.756	996.297	556.495	14.157.875
fev/05	1.478	125.778	931.454	396.728	11.227.485
mar/05	1.340	230.367	64.547	200.537	2.623.962
abr/05	1.082	249.852	705.917	374.078	8.525.153
mai/05	1.846	159.624	2.028.919	1.510.339	37.269.712
jun/05	1.852	270.474	2.610.652	1.647.654	41.155.215
jul/05	1.805	270.636	2.645.253	1.271.752	31.683.273
ago/05	1.844	200.509	3.379.807	2.585.051	60.025.864
set/05	1.656	267.785	4.939.158	2.654.505	61.208.141
out/05	1.377	286.168	3.553.606	2.270.836	52.051.384
nov/05	1.552	210.304	3.192.994	1.926.461	45.283.062
dez/05	1.204	206.365	1.189.342	645.451	17.110.495
jan/06	1.017	160.229	1.032.161	504.723	13.588.012
fev/06	945	145.529	1.116.633	448.650	12.649.285
mar/06	1.414	188.148	81.909	83.332	1.490.818
abr/06	758	143.955	645.504	535.783	16.748.089
mai/06	899	101.220	2.586.187	1.878.545	48.825.266
jun/06	1.729	165.875	4.067.414	1.965.448	48.996.538
jul/06	2.131	558.828	4.696.706	2.763.175	63.371.990
ago/06	1.772	475.337	4.571.383	2.746.006	59.360.787
set/06	1.538	360.206	4.104.935	2.376.388	52.202.484
out/06	2.293	542.205	4.340.597	2.230.983	55.718.201
nov/06	1.968	291.507	2.747.408	1.715.727	41.648.490
dez/06	2.279	283.515	899.105	515.502	13.675.591

jan/07	1.803	337.350	996.947	569.894	13.295.272
fev/07	1.137	207.199	783.052	470.714	11.329.715
mar/07	1.162	224.411	210.198	16.779	2.193.581
abr/07	1.217	283.590	752.476	730.436	17.282.036
mai/07	1.330	278.960	2.436.842	1.883.107	45.416.689
jun/07	1.702	214.690	3.723.006	3.685.787	64.435.533
jul/07	1.895	409.792	4.404.340	2.945.784	64.889.246
ago/07	2.185	439.484	4.470.983	2.194.863	64.795.312
set/07	1.945	336.433	5.158.135	3.382.908	70.232.643
out/07	1.952	327.395	4.168.414	2.792.248	59.534.538
nov/07	1.661	229.134	3.486.873	2.492.207	51.659.234
dez/07	1.371	241.706	1.844.878	1.392.174	30.413.150
jan/08	1.207	220.707	-661.795	267.730	8.404.879
fev/08	1.228	364.700	647.431	281.737	7.676.177
mar/08	910	278.232	485.307	278.470	6.642.261
abr/08	951	289.660	633.220	836.473	17.735.840
mai/08	1.466	391.683	2.384.586	2.145.444	48.914.646
jun/08	1.814	423.013	2.856.991	2.501.162	56.634.589

Adaptado e consolidado de SCA ETANOL DO BRASIL (2012) e MINISTÉRIO DA AGRICULTURA(2012)

Tabela 7.5.2 – Dados do mercado sucroalcooleiro

Mês	Spot petróleo (USD)	Spot Açúcar (BRL)	Futuro açúcar (BRL)	Vencimento do contrato (dias)	IPCA mensal
jan/02	19,4800	9,00	7,85	25	0,52%
fev/02	21,7400	8,36	7,27	50	0,36%
mar/02	26,3100	8,36	7,44	22	0,60%
abr/02	27,2900	7,90	5,53	83	0,80%
mai/02	25,3100	7,43	6,17	52	0,21%
jun/02	26,8600	5,38	5,67	24	0,42%
jul/02	27,0200	5,96	6,02	51	1,19%
ago/02	28,9800	6,74	6,08	21	0,65%
set/02	30,4500	6,66	6,89	53	0,72%
out/02	27,2200	10,06	8,98	22	1,31%
nov/02	26,8900	9,97	9,89	84	3,02%
dez/02	31,2000	10,34	10,25	52	2,10%
jan/03	33,5100	11,24	11,88	21	2,25%
fev/03	36,6000	11,54	10,61	39	1,57%
mar/03	31,0400	10,79	7,98	99	1,23%

abr/03	25,8000	11,44	7,71	69	0,97%
mai/03	29,5600	8,26	7,08	39	0,61%
jun/03	30,1900	7,30	6,71	70	-0,15%
jul/03	30,5400	8,33	7,47	39	0,20%
ago/03	31,5700	8,45	7,09	73	0,34%
set/03	29,2000	6,63	6,87	41	0,78%
out/03	29,1100	6,27	6,17	101	0,29%
nov/03	30,4100	6,46	6,71	73	0,34%
dez/03	32,5200	6,65	6,12	40	0,52%
jan/04	33,0500	5,49	6,17	69	0,76%
fev/04	36,1600	5,66	6,15	41	0,61%
mar/04	35,7600	8,38	6,71	99	0,47%
abr/04	37,3800	7,49	7,08	69	0,37%
mai/04	39,8800	6,72	6,90	38	0,51%
jun/04	37,0500	7,82	7,62	71	0,71%
jul/04	43,8000	8,80	8,30	41	0,91%
ago/04	42,1200	9,12	8,28	70	0,69%
set/04	49,6400	8,65	8,09	40	0,33%
out/04	51,7600	9,01	8,75	104	0,44%
nov/04	49,1300	10,60	8,98	72	0,69%
dez/04	43,4500	10,22	9,25	41	0,86%
jan/05	48,2000	9,91	9,31	67	0,58%
fev/05	51,7500	10,20	9,57	39	0,59%
mar/05	55,4000	12,74	9,29	99	0,61%
abr/05	49,7200	9,80	8,68	70	0,87%
mai/05	51,9700	9,62	8,89	38	0,49%
jun/05	56,5000	10,65	9,48	71	-0,02%
jul/05	60,5700	11,36	10,61	42	0,25%
ago/05	68,9400	11,73	11,02	70	0,17%
set/05	66,2400	13,32	11,96	40	0,35%
out/05	59,7600	13,87	12,93	100	0,75%
nov/05	57,3200	13,78	13,15	70	0,55%
dez/05	61,0400	17,66	15,06	40	0,36%
jan/06	67,9200	19,98	17,54	69	0,59%
fev/06	62,9100	22,42	19,12	45	0,41%
mar/06	66,6300	20,86	18,72	101	0,43%
abr/06	71,8800	21,56	18,01	73	0,21%
mai/06	71,2900	19,42	16,78	40	0,10%
jun/06	73,9300	21,13	17,76	73	-0,21%

jul/06	74,4000	20,17	16,87	42	0,19%
ago/06	70,2600	16,71	13,74	70	0,05%
set/06	62,9100	15,77	13,29	41	0,21%
out/06	58,7300	15,71	14,51	100	0,33%
nov/06	63,1300	15,26	14,29	70	0,31%
dez/06	61,0500	15,63	13,96	41	0,48%
jan/07	58,1400	15,45	13,20	69	0,44%
fev/07	61,7900	14,82	13,43	41	0,44%
mar/07	65,8700	15,33	11,70	102	0,37%
abr/07	65,7100	14,34	10,70	71	0,25%
mai/07	64,0100	12,48	11,00	40	0,28%
jun/07	70,6800	11,29	10,98	74	0,28%
jul/07	78,2100	12,16	11,25	42	0,24%
ago/07	74,0400	11,64	10,61	70	0,47%
set/07	81,6600	12,10	10,61	42	0,18%
out/07	94,5300	12,20	11,34	104	0,30%
nov/07	88,7100	11,85	11,75	74	0,38%
dez/07	95,9800	12,23	12,34	43	0,74%
jan/08	91,7500	13,30	12,93	68	0,54%
fev/08	101,8400	14,37	15,15	39	0,49%
mar/08	101,5800	14,67	12,79	99	0,48%
abr/08	113,4600	14,88	12,70	69	0,55%
mai/08	127,3500	14,55	11,84	39	0,79%
jun/08	140,0000	14,96	14,33	70	0,74%

Adaptado e consolidado de PEREIRA (2009)

Tabela 7.5.3 – Dados do mercado americano para o modelo sucroalcooleiro

Mês	Dow Jones	Fed Funds
jan/02	9.920	1,85%
fev/02	10.106	1,83%
mar/02	10.404	1,77%
abr/02	9.946	1,82%
mai/02	9.925	1,79%
jun/02	9.243	1,73%
jul/02	8.737	1,76%
ago/02	8.664	1,81%
set/02	7.592	1,85%

out/02	8.397	1,82%
nov/02	8.896	1,23%
dez/02	8.342	1,16%
jan/03	8.054	1,33%
fev/03	7.891	1,33%
mar/03	7.992	1,38%
abr/03	8.480	1,31%
mai/03	8.850	1,28%
jun/03	8.985	1,45%
jul/03	9.234	1,04%
ago/03	9.416	1,01%
set/03	9.275	1,17%
out/03	9.801	1,03%
nov/03	9.782	1,01%
dez/03	10.454	0,94%
jan/04	10.488	1,03%
fev/04	10.584	1,04%
mar/04	10.358	1,05%
abr/04	10.226	1,03%
mai/04	10.188	1,02%
jun/04	10.435	1,38%
jul/04	10.140	1,29%
ago/04	10.174	1,55%
set/04	10.080	1,94%
out/04	10.027	1,79%
nov/04	10.428	2,02%
dez/04	10.783	1,97%
jan/05	10.490	2,50%
fev/05	10.766	2,52%
mar/05	10.504	2,96%
abr/05	10.193	2,97%
mai/05	10.467	3,09%
jun/05	10.275	3,35%
jul/05	10.641	3,31%
ago/05	10.482	3,63%
set/05	10.569	3,93%
out/05	10.440	4,02%
nov/05	10.806	4,03%
dez/05	10.718	4,09%

jan/06	10.865	4,47%
fev/06	11.062	4,48%
mar/06	11.109	5,00%
abr/06	11.367	4,86%
mai/06	11.168	5,05%
jun/06	11.150	5,05%
jul/06	11.186	5,31%
ago/06	11.381	5,31%
set/06	11.679	5,34%
out/06	12.081	5,31%
nov/06	12.222	5,31%
dez/06	12.463	5,17%
jan/07	12.622	5,33%
fev/07	12.269	5,41%
mar/07	12.354	5,30%
abr/07	13.063	5,29%
mai/07	13.628	5,28%
jun/07	13.409	5,31%
jul/07	13.212	5,28%
ago/07	13.358	4,96%
set/07	13.896	4,58%
out/07	13.930	4,60%
nov/07	13.372	4,66%
dez/07	13.265	3,06%
jan/08	12.650	3,22%
fev/08	12.266	3,01%
mar/08	12.263	2,51%
abr/08	12.820	2,37%
mai/08	12.638	1,98%
jun/08	11.350	2,47%

Adaptado e consolidado de PEREIRA (2009)

Tabela 7.5.4 – Dados para o modelo do ouro

Mês	Spot ouro (USD)	Futuro ouro (confidencial)	Variação do CPI	Dow Jones	Fed Funds
jan/02	343,80	xx	1,00%	8.054	1,24%
fev/02	369,50	xx	0,77%	7.891	1,26%
mar/02	345,50	xx	0,60%	7.992	1,25%

abr/02	334,35	xx	-0,22%	8.480	1,26%
mai/02	341,20	xx	-0,16%	8.850	1,26%
jun/02	364,75	xx	0,11%	8.985	1,22%
jul/02	350,20	xx	0,11%	9.234	1,01%
ago/02	352,35	xx	0,38%	9.416	1,03%
set/02	376,25	xx	0,33%	9.275	1,01%
out/02	383,50	xx	-0,11%	9.801	1,01%
nov/02	383,25	xx	-0,27%	9.782	1,00%
dez/02	400,25	xx	-0,11%	10.454	0,98%
jan/03	415,25	xx	0,49%	10.488	1,00%
fev/03	398,35	xx	0,54%	10.584	1,01%
mar/03	400,00	xx	0,64%	10.358	1,00%
abr/03	427,25	xx	0,32%	10.226	1,00%
mai/03	390,56	xx	0,59%	10.188	1,00%
jun/03	397,20	xx	0,32%	10.435	1,03%
jul/03	394,80	xx	-0,16%	10.140	1,26%
ago/03	391,50	xx	0,05%	10.174	1,43%
set/03	407,65	xx	0,21%	10.080	1,61%
out/03	418,10	xx	0,53%	10.027	1,76%
nov/03	428,85	xx	0,05%	10.428	1,93%
dez/03	452,85	xx	-0,37%	10.783	2,16%
jan/04	427,75	xx	0,21%	10.490	21,28%
fev/04	420,90	xx	0,58%	10.766	2,50%
mar/04	433,45	xx	0,78%	10.504	2,63%
abr/04	427,15	xx	0,67%	10.193	2,79%
mai/04	429,85	xx	-0,10%	10.467	3,00%
jun/04	415,35	xx	0,05%	10.275	3,04%
jul/04	432,60	xx	0,46%	10.641	3,26%
ago/04	431,65	xx	0,51%	10.482	3,50%
set/04	439,60	xx	1,22%	10.569	3,62%
out/04	466,10	xx	0,20%	10.440	3,78%
nov/04	459,50	xx	-0,80%	10.806	4,00%
dez/04	499,75	xx	-0,40%	10.718	4,16%
jan/05	530,00	xx	0,76%	10.865	4,29%
fev/05	568,25	xx	0,20%	10.993	4,49%
mar/05	564,25	xx	0,55%	11.109	4,59%
abr/05	587,00	xx	0,85%	11.367	4,79%
mai/05	656,75	xx	0,50%	11.168	4,94%
jun/05	625,00	xx	0,20%	11.150	4,99%

jul/05	622,95	xx	0,30%	11.186	5,24%
ago/05	637,25	xx	0,20%	11.381	5,25%
set/05	621,05	xx	-0,49%	11.679	5,25%
out/05	600,60	xx	-0,54%	12.081	5,25%
nov/05	614,10	xx	-0,15%	12.222	5,25%
dez/05	648,75	xx	0,15%	12.463	5,24%
jan/06	639,75	xx	0,30%	12.622	5,25%
fev/06	660,20	xx	0,49%	12.269	5,26%
mar/06	670,40	xx	0,93%	12.354	5,26%
abr/06	658,25	xx	0,63%	13.063	5,25%
mai/06	673,60	xx	0,63%	13.628	5,25%
jun/06	666,50	xx	0,19%	13.409	5,25%
jul/06	654,75	xx	-0,05%	13.212	5,26%
ago/06	665,75	xx	-0,14%	13.358	5,02%
set/06	672,00	xx	0,24%	13.896	4,94%
out/06	742,50	xx	0,24%	13.930	4,76%
nov/06	790,25	xx	0,57%	13.372	4,49%
dez/06	784,25	xx	-0,05%	13.265	4,24%
jan/07	846,75	xx	0,48%	12.650	3,94%
fev/07	914,75	xx	0,28%	12.266	2,98%
mar/07	988,50	xx	0,90%	12.263	2,61%
abr/07	887,75	xx	0,61%	12.820	2,28%
mai/07	853,00	xx	0,84%	12.638	1,98%
jun/07	888,25	xx	1,02%	11.350	2,00%
jul/07	937,50	xx	0,50%	11.378	2,01%
ago/07	912,50	xx	-0,41%	11.544	2,00%
set/07	822,25	xx	-0,14%	10.851	1,81%
out/07	880,00	xx	-1,01%	9.325	0,97%
nov/07	729,50	xx	-1,89%	8.829	0,39%
dez/07	778,00	xx	-1,04%	8.776	0,16%
jan/08	874,50	xx	0,43%	8.001	0,15%
fev/08	918,25	xx	0,47%	7.063	0,22%
mar/08	937,25	xx	0,28%	7.609	0,18%
abr/08	924,50	xx	0,24%	8.168	0,15%
mai/08	884,50	xx	0,28%	8.500	0,18%
jun/08	981,75	xx	0,84%	8.447	0,21%
jul/08	938,25	xx	-0,14%	9.172	0,16%
ago/08	959,75	xx	0,23%	9.496	0,16%
set/08	955,00	xx	0,05%	9.712	0,15%

out/08	1004,75	xx	0,09%	9.713	0,12%
nov/08	1062,00	xx	0,09%	10.345	0,12%
dez/08	1192,50	xx	-0,18%	10.428	0,12%
jan/09	1121,50	xx	0,32%	10.067	0,11%
fev/09	1086,50	xx	0,05%	10.325	0,13%
mar/09	1114,00	xx	0,42%	10.857	0,16%
abr/09	1123,50	xx	0,18%	11.009	0,20%
mai/09	1185,00	xx	0,05%	10.137	0,20%
jun/09	1227,75	xx	-0,09%	9.774	0,18%
jul/09	1234,00	xx	0,05%	10.466	0,18%
ago/09	1188,50	xx	0,14%	10.015	0,19%
set/09	1246,50	xx	0,05%	10.788	0,19%
out/09	1316,25	xx	0,14%	11.118	0,19%
nov/09	1354,50	xx	0,05%	11.006	0,19%
dez/09	1385,50	xx	0,14%	11.578	0,18%
jan/10	1388,50	xx	0,50%	11.892	0,17%
fev/10	1331,50	xx	0,50%	12.226	0,16%
mar/10	1420,75	xx	0,95%	12.320	0,14%
abr/10	1418,00	xx	0,67%	12.811	0,10%
mai/10	1540,25	xx	0,44%	12.570	0,09%
jun/10	1533,75	xx	-0,09%	12.414	0,09%
jul/10	1483,00	xx	0,09%	12.143	0,07%
ago/10	1623,00	xx	0,27%	11.614	0,10%
set/10	1821,00	xx	0,13%	10.913	0,08%
out/10	1655,50	xx	-0,18%	11.955	0,07%
nov/10	1699,00	xx	-0,09%	12.046	0,08%
dez/10	1752,00	xx	-0,27%	12.218	0,07%
jan/11	1598,00	xx	0,44%	12.633	0,08%
fev/11	1740,00	xx	0,44%	12.952	0,10%
mar/11	1714,00	xx	0,75%	13.212	0,13%
abr/11	1677,50	xx	0,31%	13.214	0,14%
mai/11	1664,00	xx	-0,09%	12.393	0,16%
jun/11	1606,00	xx	-0,17%	12.880	0,16%
jul/11	1592,00	xx	-0,13%	13.009	0,16%
ago/11	1599,00	xx	0,52%	13.091	0,13%
set/11	1691,50	xx	0,48%	13.437	0,14%
out/11	1787,00	xx	-0,04%	13.096	0,16%
nov/11	1716,25	xx	-0,48%	13.026	0,16%
dez/11	1720,00	xx	-0,26%	13.104	0,16%

jan/12	343,80	xx	0,77%	8.054	1,24%
fev/12	369,50	xx	0,60%	7.891	1,26%
mar/12	345,50	xx	-0,22%	7.992	1,25%
abr/12	334,35	xx	-0,16%	8.480	1,26%
mai/12	341,20	xx	0,11%	8.850	1,26%
jun/12	364,75	xx	0,11%	8.985	1,22%
jul/12	350,20	xx	0,38%	9.234	1,01%
ago/12	352,35	xx	0,33%	9.416	1,03%
set/12	376,25	xx	-0,11%	9.275	1,01%
out/12	383,50	xx	-0,27%	9.801	1,01%
nov/12	383,25	xx	-0,11%	9.782	1,00%
dez/12	400,25	xx	0,49%	10.454	0,98%

Adaptado e consolidado de BUREAU OF LABOR STATISTICS (2013) e FEDERAL RESERVE (2013)